MODUL PENGAJARAN

MTES3043 MATEMATIK KEWANGAN

INSTITUT PENDIDIKAN GURU MALAYSIA
KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA

MODUL PENGAJARAN

MTES3043 MATEMATIK KEWANGAN

MEI 2017

Terbitan :

Institut Pendidikan Guru Malaysia
Kementerian Pendidikan Malaysia

Falsafah Pendidikan Kebangsaan

Pendidikan di Malaysia adalah suatu usaha berterusan ke arah memperkembangkan lagi potensi individu secara menyeluruh dan bersepadu untuk mewujudkan insan yang seimbang dan harmonis dari segi intelek, rohani, emosi, dan jasmani berdasarkan kepercayaan dan kepatuhan kepada Tuhan. Usaha ini adalah bagi melahirkan rakyat Malaysia yang berilmu pengetahuan, berketrampilan, berakhlak mulia, bertanggungjawab, dan berkeupayaan mencapai kesejahteraan diri serta memberi sumbangan terhadap keharmonian dan kemakmuran keluarga, masyarakat, dan negara.

Falsafah Pendidikan Guru

Guru yang berpekerti mulia, berpandangan progresif dan saintifik, bersedia menjunjung aspirasi negara serta menyanjung warisan kebudayaan negara, menjamin perkembangan individu, dan memelihara suatu masyarakat yang bersatu padu, demokratik, progresif, dan berdisiplin.

Cetakan Pertama 2017

Isi Kandungan

PENGENALAN

Matematik kewangan adalah satu cabang matematik gunaan berkenaan dengan pasaran kewangan. Matematik kewangan mempunyai perhubungan rapat dengan disiplin ekonomi kewangan. Modul Matematik Kewangan ini adalah dihasilkan secara usaha sama antara Kementerian Pendidikan Malaysia (KPM) yang diwakili oleh Institut Pendidikan Guru Malaysia (IPGM) dan Bank Negara Malaysia (BNM). Modul ini adalah modul pengajaran dan pembelajaran yang diwujudkan bagi penggunaan kursus Matematik Kewangan MTES3043 di Institut Pendidikan Guru (IPG). Keseluruhan kandungan kursus ini adalah bertujuan melahirkan bakal guru yang dapat menguasai pengetahuan dan kemahiran dalam bidang kewangan seterusnya mengaplikasikannya dalam membuat keputusan masalah kewangan harian.

Hasil pembelajaran kursus Matematik Kewangan (MTES3043) yang harus dicapai adalah berikut :

1. menggunakan teknik asas pengiraan dalam Matematik Kewangan,
2. mengaplikasi konsep Matematik Kewangan dalam pengiraan wang dan nilai masa, anuiti, pelunasan pinjaman dan dana terikat, aliran tunai dan premium insuran hayat,
3. membuat keputusan dalam masalah kewangan harian, dan
4. menilai projek pelaburan, pelan anuiti dan insuran hayat dengan mengintegrasikan pengetahuan dan pemahaman dalam Matematik Kewangan.

Modul ini dibahagikan kepada 5 topik utama iaitu :

1. Teknik Asas Pengiraan Dalam Matematik Kewangan
2. Wang dan Nilai Masa
3. Anuiti
4. Pelunasan Pinjaman dan Dana Terikat
5. Aliran Tunai

Modul ini juga menyediakan penerangan, contoh penyelesaian dan latihan tambahan bagi membantu pengajaran dan pembelajaran Matematik Kewangan. Di samping itu juga, terdapat senarai bahan rujukan dan senarai istilah sebagai bahan tambahan.

TAJUK 1

TEKNIK ASAS PENGIRAAN DALAM MATEMATIK KEWANGAN

TAJUK 1 TEKNIK ASAS PENGIRAAN DALAM MATEMATIK KEWANGAN

Pengenalan

Tajuk ini adalah mengenai janjang aritmetik, janjang geometri, siri tak terhingga janjang geometri, kuasa dan eksponen serta logaritma yang berkaitan dengan teknik pengiraan asas dalam Matematik Kewangan.

Hasil Pembelajaran

Pada akhir pembelajaran, pelajar dapat :menggunakan teknik asas pengiraan dalam Matematik Kewangan.

1.1 Janjang Aritmetik

Jika suatu jujukan $T_1, T_2, T_3, T_4, \ldots, T_n$ mempunyai beza sepunya *d* di antara 2 sebutan yang berturutan $T_n - T_{n-1}$, maka jujukan tersebut adalah janjang aritmetik.

Sebutan ke-n, $T_n = a + (n-1)d$
Hasil tambah n sebutan pertama, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ atau $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$d = T_n - T_{n-1}$

$a = sebutan\ pertama,$

$d = beza\ sepunya$

$\mathrm{n} = \text{bilangan sebutan}$

$l = sebutan\ akhir$

Contoh 1.1 :

Diberi sebutan ke-4 dan sebutan ke-10 suatu janjang aritmetik masing-masing 13 dan 31, cari sebutan ke-21.

Penyelesaian :

$T_4 = a + 3d = 13$……………………………………………(1)

$T_{10} = a + 9d = 31$ ……………………………………………(2)

Lakukan operasi penolakan antara persamaan (1) dan (2)

$6d = 18$

$d = 3$

$T_{21} = a + 20d$

$= 4 + (20)3$

$= 64$

Contoh 1.2 :

Jika $2x\text{-}2$, x dan $x - 3$ ialah tiga sebutan yang berturutan dalam suatu janjang aritmetik, cari nilai x.

Penyelesaian :

$x - (2x\text{-}2) = (x\text{-}3)\text{-}x$

$x - 2x + 2 = -3$

$x = 5$

Contoh 1.3 :

Sebutan ke-*n* suatu jujukan ialah 26 - *3n.*

(a) Tunjukkan bahawa jujukan tersebut merupakan suatu janjang aritmetik.
(b) Tentukan sebutan yang mana dalam jujukan ini bersamaan dengan -58

Penyelesaian :

(a) $T_n = 26 - 3n$

$T_1 = 23$

$T_2 = 20$

$T_3 = 17$

$d_1 = T_2 - T_1 = -3$

$d_2 = T_3 - T_2 = -3$

atau

$T_n = 26 - 3n$
$T_{n+1} = 26 - 3(n+1)$

$T_{n+2} = 26 - 3(n+2)$

$d_1 = T_{n+2} - T_{n+1} = -3$

$d_2 = T_{n+1} - T_n \quad = -3$

Jujukan ini adalah janjang aritmetik kerana mempunyai beza sepunya iaitu -3.

(b) Andaikan sebutan ke-n, $T_n = -58$

$26 - 3n = -58$

$3n = 84$

$n = 28$

Sebutan ke-28 dalam jujukan tersebut bersamaan dengan -58.

Contoh 1.4 :

Seorang ibu yang berwawasan tinggi telah menyimpan RM50 dalam sebuah bank sempena kelahiran anaknya pada 20 Mei 1997. Dia terus menambah simpanannya RM30 lebih daripada tahun sebelumnya pada setiap kali ulang tahun kelahiran anaknya. Pada bulan Jun tahun 2015 anaknya telah melanjutkan pelajaran di sebuah universiti, berapa banyakkah wang yang terkumpul tanpa mengambil kira faedah bank bagi persediaan anaknya mendaftar di universiti?

Penyelesaian :

Wang disimpan pada 20 Mei 1997, $T_1 = 50$

20 Mei 1998, $T_2 = 80$

20 Mei 1999, $T_3 = 110$

Maka $a = 50,\ d = 80 - 50 = 110 - 80 = 30$

Gunakan rumus $T_n = a + (n-1)d$

Pada 20 Mei 2015 iaitu sebutan ke-19,

$T_{19} = 50 + 18(30) = 590$

Maka jumlah simpanan atau jumlah 19 sebutan yang pertama ialah

$$S_{19} = \frac{19}{2}(50 + 590) \qquad \textit{Guna rumus, } S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$= 6080$$

Contoh 1.5 :

Cari ungkapan bagi hasil tambah *n* sebutan pertama bagi janjang aritmetik 5, 8, 11,.... Seterusnya, kira nilai *n* jika hasil tambah ini bersamaan 440.

Penyelesaian :

$a = 5,\ d = 8 - 5 = 11 - 8 = 3$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$440 = \frac{n}{2}\left(10 + 3(n-1)\right)$$

$$440 = \frac{n}{2}(3n + 7)$$

$$\frac{n}{2}\left(3n + 7\right) = 440$$

$$3n^2 + 7n - 880 = 0$$

$$n = -\frac{55}{3}\ atau\ 16$$

Pilih $n = 16$ sebab *n* ialah bilangan sebutan dan $n \geq 0$

Latihan Kendiri 1.1:

1. Tentukan sama ada setiap jujukan berikut adalah janjang aritmetik atau bukan.

(a) 6, 6.5, 7, 7.5, …

(b) $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, 1, -\frac{5}{4}, \ldots$

(c) $k, 2k + 3, 4k + 9, 8k + 21, \ldots$

(d) $x, 2x + y, 3x + 2y, 4x + 3y, \ldots$

[(a) Ya, (b) Bukan, (c) Bukan, (d) Ya]

2. Nyatakan beza sepunya bagi setiap janjang aritmetik berikut.

(a) 15, 7, −1, …

(b) 20.8, 18.3, 15.8, …

(c) $\frac{1}{3}, \frac{7}{12}, \frac{5}{6}, \ldots$

(d) −16, −10, −4, …

[(a) -8, (b) -2.5, (c)1/4, (d) 6]

3. Tentukan sebutan tertentu bagi janjang aritmetik berikut.

(a) 1.2, 2.4, 3.6, ….Cari sebutan ke-18

(b) $\frac{3}{2}$, 2, $\frac{5}{2}$, …. ...Cari sebutan kesepuluh

(c) *p*, 2*p* + 3, 3*p* + 6, …. Cari sebutan ketujuh

(d) 13, 10, 7, …. Cari sebutan ke-*n*

[(a) 21.6, (b) 6, (c) 7p + 18, (d) 16-3n]

4. Hitungkan bilangan sebutan bagi setiap janjang aritmetik berikut.

(a) 92, $91\frac{1}{6}$, $90\frac{1}{3}$, …, $84\frac{1}{2}$

(b) 8*x*, 5*x*, 2*x*, …, −49*x*

(c) 102, 93, 84, …, −168

[(a) 10; (b) 20; (c) 31]

5. Diberi tiga sebutan pertama suatu janjang aritmetik ialah *p* − 3, 2*p* − 3, *p* + 1. Hitungkan nilai *p*.

[2]

6. Diberi *k*, 3*k* dan *k* +1 adalah tiga sebutan berturutan bagi suatu janjang aritmetik, cari nilai *k*. Seterusnya, cari sebutan pertama jika 3*k* ialah sebutan keenam bagi janjang arimetik itu.

$[\frac{1}{4}, -\frac{7}{4}]$

7. Sebutan ke-*n* suatu janjang aritmetik diberi oleh $T_n = 5n + 3$. Cari

(a) sebutan ketiga.
(b) beza sepunya.

[(a) 18; (b) 5]

8. Sebutan keempat dan sebutan kesembilan suatu janjang aritmetik masing-masing ialah 9 dan 29. Cari sebutan pertama dan beza sepunya.

[a = -3,d = 4]

9. Diberi RM1.30 dan RM1.90 adalah dua sebutan pertama bagi suatu janjang aritmetik. Cari sebutan yang pertama yang lebih besar daripada RM20.70.

[34]

10. Sebutan ketujuh suatu JA ialah RM12. Sebutan kesepuluh janjang ini lebih besar daripada sebutan kedua sebanyak RM8. Cari sebutan pertama dan beza sepunya. Seterusnya, cari sebutan yang pertama yang melebihi RM400.

[a = 6, d = 1, n = 396]

11. Gaji permulaan Zamri ialah RM1250. Kenaikan gaji tahunan yang diterima adalah RM80. Berapakah gaji bulanannya untuk tahun ke-n perkhidmatannya? Berapa gaji bulanannya pada tahun ke-10 perkhidmatannya?

[RM1970]

12. Dalam pertandingan Maharaja Lawak peringkat Daerah, tempat pertama mendapat RM800, tempat kedua mendapat RM740, tempat ketiga mendapat RM680 dan seterusnya. Jumlah peserta dalam pertandingan itu adalah seramai 10 orang dan semua peserta mendapat hadiah tunai. Kira jumlah wang yang diberikan kepada semua peserta akhir itu.

[RM5300]

1.2 Janjang Geometri

Jika suatu jujukan $T_1, T_2, T_3, T_4, \ldots, T_n$ mempunyai nisbah sepunya *r di mana* $\frac{T_{n+1}}{T_n}$, maka jujukan tersebut adalah janjang geometri.

Sebutan ke–n , $T_n = ar^{n-1}$

Hasil tambah *n* sebutan, $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ jika r > 1 dan $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$ jika r < 1

. *Contoh 1.6 :*

Diberi sebutan ke-6 dan sebutan ke-9 bagi suatu janjang geometri ialah 24 dan $7\frac{1}{9}$.

Cari sebutan ke-5

Penyelesaian :

$$T_6 = ar^5 = 24$$

$$T_9 = ar^8 = \frac{64}{9}$$

$$\frac{ar^8}{ar^5} = \frac{\frac{64}{9}}{24}$$

$$r = \frac{2}{3}, \; a = \frac{729}{4}$$

$$T_5 = ar^4 = \frac{729}{4}\left(\frac{16}{81}\right)$$

$$= 36$$

Contoh 1.7 :

Ali menyimpan RM5000 dalam akaun simpanan di sebuah bank dengan kadar kompaun 7% setahun. Cari jumlah simpanannya pada penghujung tahun kesepuluh.

Penyelesaian :

Tahun 0 : Sebutan pertama, $T_1 = 5000$

Tahun 1 : Sebutan ke-2, $T_2 = 5000(1.07)$

Tahun 2 : Sebutan ke-3, $T_3 = 1000(1.07)^2$ dan seterusnya

$a = 5000$

$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{500(1.07)}{500} = 1.07$

Tahun 10: $T_{11} = 500(1.07)^{10} = 9835.76$

Jumlah dalam akaun pada penghujung tahun kesepuluh ialah RM9835.76

Contoh 1.8 :

Sebuah rumah berharga RM80 000 sekarang. Jika harga rumah tersebut meningkat pada kadar 10% setahun, cari harga rumah tersebut selepas enam tahun.

Penyelesaian :

Harga asal rumah, $T_1 = a = 80\ 000$,

Harga rumah selepas satu tahun, $T_2 = 80\ 000(1.1)$

Harga rumah selepas dua tahun, $T_3 = 80\ 000(1.1)(1.1)$

$$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = 1.1$$

Guna rumus $T_n = ar^{n-1}$

Harga rumah selepas enam tahun, $T_7 = ar^{7-1} = 80\ 000(1.1)^6 = 141\ 724.88$

Contoh 1.9 :

Hana melaburkan RM1000 setiap tahun ke dalam bank. Dia menambah jumlah pelaburan sebanyak 10% setiap tahun. Kirakan

(a) Jumlah yang dilabur pada tahun kelima.
(b) Jumlah pelaburan sepanjang lima tahun tersebut.

Penyelesaian :

1000, 1000(1+0.1), 1000(1+0.1)^2, ...

(a) $a = 1000, r = 1 + 0.1$

$T_5 = 1000(1 + 0.1)^4 = 1464.10$

Jumlah yang dilabur pada tahun kelima ialah RM1464.10

(b) $S_5 = 1000\left[\frac{1.1^5-1}{1.1-1}\right] = 6105.10$

Jumlah pelaburan sepanjang lima tahun tersebut ialah RM6105.10

1.3 Siri Tak Terhingga Janjang Geometri

Rumus hasil tambah bagi Janjang Geometri**,** $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ bila r <1

Dengan menulis semula ungkapan sebelah kanan dengan menggunakan sifat $\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$

diperoleh, $Sn = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$ **.**

Secara amnya, bagi $|r| < 1$ ungkapan $r^n \approx 0$ apabila n cukup besar atau $n \to \infty$.

Oleh yang demikian hasil tambah bagi siri geometri tak terhingga diberikan oleh,

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}, |r| < 1$$

Contoh 1.10 :

Ungkapkan nombor perpuluhan 0.14141414... sebagai hasil tambah suatu janjang geometri. Seterusnya ungkapkan nombor perpuluhan ini dalam bentuk pecahan paling ringkas.

Penyelesaian :

$S_\infty = 0.14 + 0.0014 + 0.000014 + \ldots\ldots$

$S_\infty = \frac{a}{1-r}$, $r = 0.01$

$= \frac{0.14}{1-0.01}$

$= \frac{14}{99}$

Contoh 1.11 :

Sebiji bola tenis dijatuhkan dari ketinggian *h* meter dan melantun setinggi $\frac{3}{4}h$. Jika bola itu dijatuhkan dari ketinggian 10 meter, tentukan

(a) tinggi bola setelah melantun kali ke-9
(b) jarak lintasan menegak sehinggga bola itu berhenti melantun.

Penyelesaian :

(a) $h, \frac{3}{4}h, \left(\frac{3}{4}\right)^2 h, \left(\frac{3}{4}\right)^3 h, \ldots$

Sebutan pertama, $\mathrm{a} = 10$

Ketinggian pada lantunan ke-9 $= h\left(\frac{3}{4}\right)^9$

$$= 10\left(\frac{3}{4}\right)^9$$

$$= 0.75 \text{ meter}$$

(b) Misalkan,

$$S_\infty = h + \{2\left(\frac{3}{4}\right)h + 2\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 2\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \ldots..\}$$

$$S_\infty = \frac{2\left(\frac{3}{4}\right)h}{1-\frac{3}{4}}$$

$$= 6h$$

Kesimpulan, jarak lintasan lantunan bola $= \mathrm{h} + 6\mathrm{h} = 7\mathrm{h} = 70$ meter

Latihan Kendiri 1.2 :

1.	Diberi jujukan 12, 24, 48, 96,..., 6 291 456. Cari, (a) bilangan sebutan jujukan (b) jumlah 11 sebutan yang pertama *[(a) 20; (b) 24 564]*

2. Diberi jujukan 7, 21, 63, 189,…..137 781. Cari

   (a) bilangan sebutan bagi jujukan tersebut
   (b) jumlah 15 sebutan yang pertama

[a=10; b= 5022.17]

3. Dalam satu janjang geometri sebutan keenam melebihi sebutan keempat sebanyak 6. Cari sebutan pertama jika nisbah sepunyanya ialah 2.

[a = 1/4]

4. Sebutan kelima bagi suatu janjang geometri ialah 4 dan sebutan akhirnya ialah 1024. Jika sebutan pertamanya ialah $\frac{1}{4}$, cari bilangan sebutan bagi janjang tersebut.

[n = 13]

5. Harga bagi barang A dijangka meningkat 5% setahun. Jika harga semasa barang itu ialah RM500, cari harganya selepas 10 tahun.

[RM814.45]

6. Mulai 2017 harga ikan kembung diukur menggunakan indek. Pada 1 Februari indeks harganya ialah 50. Indeks itu meningkat 2% sehari. Cari indeknya pada hari kesepuluh.

[RM59.75]

7. Dalam suatu janjang geometri, sebutan kelapan melebihi sebutan kelima sebanyak 390. Cari sebutan pertama jika nisbah sepunya ialah 3.

[a=2]

8. Ahmad menyimpan RM*p* dalam akaun simpanan di Bank C dengan kadar kompaun tahunan 6%. Cari nilai *p* jika jumlah simpanan selepas 7 tahun ialah RM4510.89.

[RM3000]

9. Cari bilangan sebutan minimum yang boleh diambil daripada jujukan RM12, RM48, RM192, RM768 ...supaya jumlahnya melebihi RM1200.

[5]

10. Zali menyimpan RM1000 dalam akaun simpanan dengan kompaun tahunan 8%. Cari jumlah dalam akaunnya pada akhir 5 tahun.

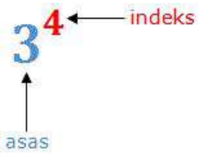
[RM1469.33]

11. Nordin ditawarkan bekerja pada tahun 2015 dengan gaji permulaan RM2400 dan menerima kenaikan tahunan 4%. Berapakah gajinya pada tahun 2024.

[RM3415.95]

1.4 Kuasa dan Eksponen

Merujuk kepada nombor di bawah, 3 ialah **asas** dan 4 ialah **indeks.**



Secara umumnya, jika *a* ialah suatu nombor dan *n* ialah suatu integer positif, maka ***a^n*** bermakna **pendaraban asas *a* sebanyak *n* kali**.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a \times a}_{n}, \text{ di mana } a \neq 0$$

Hukum-hukum bagi kuasa :

$$a^m X a^n = a^{m+n}$$
$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$
$$(a^m)^n = a^{mn}$$
$$(ab)^m = a^m b^n$$
$$a^0 = 1$$
$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$
$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$
$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Contoh 1.12 :

Cari nilai bagi setiap yang berikut,

a) 3^4

b) $(-3)^5$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^6$

Penyelesaian :

a) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

b) $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
$= -243$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^6 = \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right)$
$= \frac{1}{729}$

Contoh 1.13 :

Cari nilai bagi setiap yang berikut.

a) $32^{\frac{1}{5}}$

b) $64^{\frac{2}{3}}$

c) $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$

Penyelesaian :

a) $32^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{32} = 2$

b) $64^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{64^2} = \sqrt[3]{4096} = 16$, **atau**
$64^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{64})^2 = 4^2 = 16$

c) $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{8}{27}}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$

Contoh 1.14 :

Ringkaskan setiap yang berikut.

(a) $\left(2y^{\frac{2}{3}}\right)^3$

(b) $x^0 \times (x^2)^3 \div \left(x^2 \times x^{\frac{1}{2}}\right)$

Penyelesaian :

(a) $\left(2y^{\frac{2}{3}}\right)^3 = 2^3 y^{\frac{2}{3}\times 3} = 8y^2$

(b) $x^0 \times (x^2)^3 \div \left(x^2 \times x^{\frac{1}{2}}\right)$
$= 1 \times x^{2\times 3} \div \left(x^{2+\frac{1}{2}}\right)$
$= x^6 \div \left(x^{2\frac{1}{2}}\right)$
$= x^{6-2\frac{1}{2}}$

$= x^{3\frac{1}{2}}$

Latihan Kendiri 1.3 :

1. Tanpa menggunakan kalkulator, kirakan nilai

   (a) $256^{\frac{1}{2}}$ (b) $64^{-\frac{1}{3}}$ (c) $27^{\frac{5}{3}}$ (d) $81^{-\frac{3}{2}}$

   (e) $(-3+5)^0$

   [(a) 16; (b) ¼; (c) 243; (d) 1/729;(e) 1]

2. Nilaikan

   (a) $\left(\frac{225}{36}\right)^{-\frac{3}{2}}$ (b) $\left(\frac{1024}{243}\right)^{\frac{3}{5}}$ (c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$

   [(a) $\frac{216}{3375}$; (b) $\frac{64}{27}$; (c) -27]

3. Ringkaskan

   (a) $x^{\frac{2}{3}} \times x^2$ (b) $\frac{x^3y^3}{xy^{-1}}$ (c) $(x^2y^{\frac{1}{2}})^2$

   [(a) $x^{2\frac{2}{3}}$;(b) $(xy^2)^2$; (c) x^4y]

4. Cari nilai

   (a) $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{27}\right)^{-2}}$ (b) $25^{\frac{3}{2}} - 16^{\frac{5}{4}}$

   [(a) $2\frac{1}{4}$; (b) 93]

5. Cari nilai n jika $(9)^{2n+1} = (27)^{n+2}$

   [n = 8]

1.5 Logarithma

Bentuk Indeks dan Bentuk Logaritma

Jika $N = a^x \Rightarrow log_a N = log_a a^x$

$\Rightarrow log_a N = x log_a a$

$\Rightarrow log_a N = x$

Kes khas:

$$\boxed{\begin{array}{l} log_a a = 0 \ \ (a^0 = 1) \\ log_a a = 1 \ (a^1 = a \end{array}}$$

Hukum-Hukum Logaritma

Jika a, x, y, m, n ialah nombor-nombor nyata positif, dengan $a \neq 1$ maka

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^m = m \log_a x$$

$$\log_m n = \frac{\log_a n}{\log_a m} \quad \text{(Tukar Asas)}$$

$$\log_m n = \frac{1}{\log_n m}$$

Contoh 1.15 :

Tukarkan bentuk indeks di berikut kepada bentuk logaritma,

No.	Bentuk Indeks	Bentuk Logaritma
i)	$10^2 = 100$	$\log_{10} 100 = 2$
ii)	$2^3 = 8$	$\log_2 8 = 3$
iii)	$p^q = r$	$\log_p r = q$
iv)	$10^4 = 10000$	$\log_{10} 10000 = 4$
v)	$a^3 = b$	$\log_a b = 3$

Contoh 1.16 :

Ringkaskan dengan menggunakan hukum logaritma,

(a) $\log_a (xy) - \log_a \sqrt[3]{x} + 2\log_a x$

(b) $9\log_b x - 4\log_b y$

Penyelesaian :

(a) $\log_a(xy) - \log_a \sqrt[3]{x} + 2\log_a x$

$= \log_a(xy) - \log_a x^{\frac{1}{3}} + \log_a x^2$

$= \log_a[\frac{(xy)(x^2)}{x^{\frac{1}{3}}}]$

$= \log_a(x^{1+2-\frac{1}{3}}y)$

$= \log_a(x^{\frac{8}{3}}y)$

(b) $9\log_b x - 4\log_b y$

$= \log_b x^9 - \log_b y^4$

$= \log_b(\frac{x^9}{y^4})$

Contoh 1.17 :

Selesaikan $5^{3^x} = 10^{10}$

Penyelesaian :

$3^x \lg 5 = 10\lg 10$

$3^x = \frac{10}{\lg 5}$

$x\lg 3 = \lg[\frac{10}{\lg 5}]$

$x = \frac{\lg[\frac{10}{\lg 5}]}{\lg 3}$

$x = 2.42$

Contoh 1.18 :

Janet melabur RM10 000 dalam unit amanah. Jumlah pelaburannya menjadi $RM10\,000(1.08)^n$ selepas tempoh n tahun. Cari bilangan tahun minimum yang diperlukan supaya jumlah pelaburan sehingga RM50 000. Jawapan dibundar kepada nombor bulat yang terhampir.

Penyelesaian :

$$10000(1.08)^n = 50000$$

$$\log_{10} 10000 + \log_{10}(1.08)^n = \log_{10} 50000$$

$$4 + n\log_{10} 1.08 = 4.69897$$

$$n = \frac{0.69897}{0.033424}$$

$$n = 20.91237$$

Jadi, bilangan tahun minimum yang diperlukan supaya jumlah pelaburan sehingga RM50 000 ialah 21 tahun.

Latihan Kendiri 1.4 :

1. Tuliskan dalam bentuk logaritma

   (a) $3^4 = 81$
   (b) $10^{-4} = 0.0001$
   (c) $8^{-2} = \frac{1}{64}$
   (d) $\sqrt[4]{16} = 2$

   [(a) $\log_3 81 = 4$; $(b)\log_{10} 0.0001 = -4$; $(c)\log_8 \frac{1}{64} = -2$; $(d)\log_{16} 2 = \frac{1}{4}$]

2. Tuliskan dalam bentuk indeks

   (a) $\log_2 8 = 3$
   (b) $\log_{10} 0.01 = -2$
   (c) $\log_{625} 5 = \frac{1}{4}$
   (d) $\log_a N = y$

   [(a) $2^3 = 8$; $(b)\,10^{-2} = 0.01$; $(c)\,625^{\frac{1}{4}} = 5$; $(d)\,N = a^y$]

3. Tanpa menggunakan sifir atau kalkulator, cari nilai

   (a) $\log_{10} \sqrt[3]{100}$
   (b) $\log_7 \sqrt[3]{343}$
   (c) log7+log11-log77

   [(a) $\frac{3}{2}$; $(b)1; (c)2$]

4. Ringkaskan $\frac{\log 3 + \log 5 + \log 8}{\log 4 + \log 30}$

   [1]

5. Tunjukkan bahawa $4\log 5 + 2\log 4 = 4$

6. Buktikan bahawa $7\log\frac{10}{9} - 2\log\frac{25}{24} + 3\log\frac{81}{80} = \log 2$

7. Selesaikan

(a) $2^x = 9$
(b) $7^x = 2$

[(a) x = 3.1699; (b) x =1.5395]

8. Cari nilai x

(a) $4^{x+1} = 28$
(b) $3^{x-2} = 8$

[(a) x =1.4037; (b) x = 3.8928]

9. Selesaikan

(a) $7^{1-x} = 2.8$
(b) $6^{3x-2} = 66$

[(a) x=0.4709; (b) x=14461]

10. Aladdin mempunyai modal pelaburan RM20 000. Dia ingin melabur ke dalam unit amanah yang boleh mendapat jumlah pelaburannya $RM\,20{,}000(1.08)^n$ untuk tempoh n tahun. Cari bilangan tahun yang diperlukan jika dia ingin menggandaduakan pelaburan awalnya. Bundar jawapan dalam nombor bulat.

[9 tahun]

Ringkasan Rumus Tajuk 1

1. Janjang Aritmetik

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

2. Janjang Geometri

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \qquad r > 1$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, \qquad r < 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}, \qquad |r| < 1$$

TAJUK 2

WANG DAN NILAI MASA

TAJUK 2 WANG DAN NILAI MASA

Pengenalan

Dalam bab ini pelajar akan mempelajari cara mengira faedah dengan menggunakan kadar faedah mudah dan kadar faedah kompaun. Walaupun kadar faedah kompaun digunakan secara meluas dalam transaksi kewangan, kadar faedah mudah masih digunakan dalam transaksi kewangan yang melibatkan jangka masa pendek. Beberapa konsep berkaitan dengan wang dan nilai masa akan dibincangkan dalam bab ini.

Hasil Pembelajaran

Pada akhir pembelajaran, pelajar dapat mengaplikasi konsep Matematik Kewangan dalam pengiraan wang dan nilai masa.

2.1 Faedah Mudah dan Diskaun Mudah

Faedah dapat didefinisikan dengan dua cara. Dalam definisi pertama, faedah ialah wang yang diperoleh apabila wang dilaburkan. Dalam definisi kedua, faedah ialah wang yang dicaj apabila seseorang itu membuat satu pinjaman.

Faedah mudah ialah faedah yang dikira berasaskan prinsipal asal untuk keseluruhan tempoh prinsipal tersebut dilabur atau dipinjam. Dalam kes pinjaman faedah mudah, peminjam menerima prinsipal tetapi membayar balik prinsipal dan faedah.

Dalam diskaun mudah, faedah ditolak terlebih dahulu daripada amaun yang dipinjam (prinsipal) sebelum bakinya diserah kepada peminjam. Dalam perkataan lain, peminjam menerima amaun pinjaman yang merupakan baki prinsipal selepas menolak faedah. Dalam pembayaran balik kemudian, peminjam membayar balik prinsipal sahaja.

2.1.1 Faedah Mudah

Faedah mudah dapat ditentukan dengan mendarab prinsipal *(principal),* kadar faedah *(interest rate)* dan jumlah masa *(time).* Formula mengira faedah mudah ialah seperti berikut:

$$\boxed{I = Prt}$$

di mana,

I = faedah
P = prinsipal
r = kadar faedah tahunan
t = masa dalam tahun

Sekiranya S mewakili amaun terkumpul pinjaman iaitu jumlah prinsipal dan faedah matang, maka rumus untuk S adalah seperti berikut :

Jika $S = P + I$
$= P + Prt$ (disebabkan $I = Prt$)
$= P(1 + rt)$

Sebagai contoh, anda membuat pinjaman sebanyak RM5000 dengan kadar faedah yang dikenakan adalah 4% bagi 5 tahun.

I = 5000 x 4% x 5
= 5000 x 0.04 x 5
= RM1000

Jumlah yang perlu dibayar pada hujung 5 tahun
= 5000 + 1000
= RM6000

Jumlah keseluruhan yang perlu dibayar balik pada hujung 5 tahun boleh juga dicari dengan menggunakan rumus $S = P(1 + rt)$.

$S = P(1 + rt)$
= 5000(1 + 0.04 x 5)
= RM6000

Oleh itu, dengan pinjaman modal sebanyak RM5000, anda perlu membayar sebanyak RM6000 dalam tempoh 5 tahun berikutnya.

Contoh 2.1 :

Bagi membeli perabut untuk apartmen baru, Razak membuat pinjaman sebanyak RM5000 dengan kadar faedah mudah 8% bagi 11 bulan. Berapa kadar faedah yang dia perlu bayar?

Penyelesaian :

$$I = \Pr t$$

$$I = RM5000,\ \text{r=0.08 dan t=}\frac{11}{12}$$

$$I = 5000(0.08)(\frac{11}{12})$$
$$=366.67$$

Contoh 2.2 :

Sebanyak RM100 000 telah dilaburkan ke dalam skim pelaburan amanah yang menawarkan 10% kadar faedah mudah. Cari faedah mudah dan amaun mudah selepas 3 tahun pelaburan tersebut.

Penyelesaian :

Faedah mudah,

$$I = Prt$$
$$= 100\ 000 \text{x} 0.1 \text{x} 3$$
$$= 30000$$

$$S = P(I + rt)$$
$$= 100\ 000 \text{x} \left[1 + (0.1 \text{x}\ 3)\right]$$
$$= 130\ 000$$

Latihan Kendiri 2.1:

1. Jamil menyimpan RM5000 ke dalam akaun yang membayar faedah pada kadar faedah mudah 6% setahun. Berapakah jumlah dalam akaunnya pada akhir tahun kelapan?

   [RM7400]

2. Ali ingin menyimpan sejumlah wang dalam bank supaya amaun yang diperolehnya dalam masa 3 bulan ialah RM20 000. Berapakah yang harus disimpannya sekarang sekiranya kadar faedah mudah ialah 9%?

   [RM19 560]

3. Dalam berapa lamakah amaun RM3000 akan bertambah ke RM3300 pada kadar faedah mudah 4%?

   [2.5 tahun]

4. Kirakan jumlah faedah yang diperoleh bagi simpanan 10 tahun akan datang jika simpanan kini ialah RM5000 dan kadar faedah mudah ialah 7% setahun.

   [RM3500]

2.1.2 Masa Antara Tarikh (*Time Between Dates*)

Kadar faedah adalah kadar di mana faedah yang dibayar oleh peminjam atau faedah yang dibayar kepada pelabur. Kadar faedah adalah peratus daripada prinsipal yang dibayar pada kadar yang ditetapkan oleh institusi kewangan.

Sebagai contoh, sebuah syarikat kecil meminjam modal dari bank untuk membeli aset baru untuk perniagaan mereka. Sebagai balasan pemberi pinjaman menerima faedah daripada peminjam pada kadar faedah yang telah ditetapkan. Kadar faedah biasanya dinyatakan sebagai peratusan daripada prinsipal bagi tempoh satu tahun, contoh kadar faedah yang ditawarkan adalah 4.30% setahun.

Kadar faedah yang dikira pada :

i. asas tahunan (tempoh 12 bulan) adalah faedah yang dikira bermula setahun selepas pinjaman.
ii. asas bulanan (tempoh 1 bulan) adalah faedah yang dikira bermula sebulan selepas pinjaman.
iii. asas harian (tempoh 1 hari) adalah faedah yang dikira bermula sehari selepas pinjaman.

Apabila mengira bilangan hari bagi pinjaman atau pelaburan yang dilakukan, kaedah yang digunakan adalah dengan mengira hari bermula dari tarikh bermula pinjaman atau pelaburan itu dilakukan. Rasional ia dilakukan adalah disebabkan institusi kewangan mengira kadar faedah pada setiap hari terhadap baki pinjaman atau simpanan.

Apabila masa yang digunakan melibatkan hari, terdapat dua cara pengiraan yang melibatkan masa iaitu,

i. Tempoh tepat (*exact time*), di mana $t = \dfrac{\text{bilangan hari}}{365}$

ii. Tempoh anggaran (*approximate time*), di mana $t = \dfrac{bilangan\ \text{hari}}{360}$

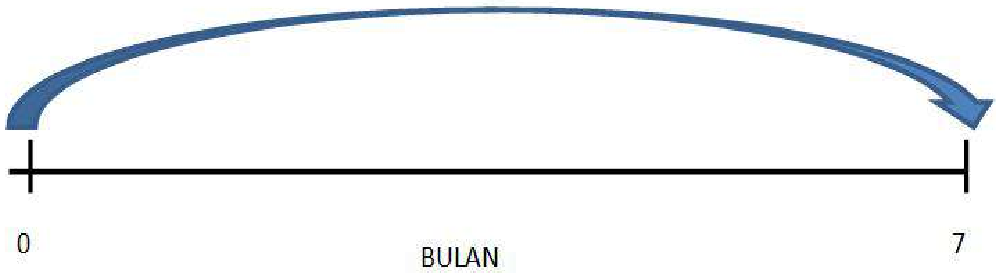
Contoh 2.3 :

Seorang pelabur telah meminjam wang sebanyak RM15 000. Jika kadar faedah bagi pinjaman tersebut adalah 7% setahun, berapakah jumlah faedah pinjaman dan jumlah pinjaman yang perlu dibayar jika,

(a) pinjaman itu matang dalam masa tujuh bulan.
(b) pinjaman itu diluluskan pada 7 haribulan April dan tarikh matang tujuh bulan akan datang.

Penyelesaian :

Berdasarkan maklumat yang diberi, prinsipal, P = 15 000, kadar faedah, r = 0.07, masa, $t = \dfrac{7}{12}$



(a) Kadar pinjaman matang , *I* = *Prt*

$$= 15000 \times 0.07 \times \frac{7}{12}$$

$$= 612.50$$

Jumlah pinjaman perlu bayar = prinsipal pinjaman + jumlah faedah

= 15 000 + 612.50

= RM15 612.50

(b) Apabila tarikh pinjaman diberi, pengiraannya mesti menggunakan bilangan hari. Bilangan hari dari 7 April hingga 7 November ialah 214 hari.

Maka, t = $\frac{214}{365}$

Berdasarkan formula, *S* = *P* + *I*

= *P* + *Prt*

= *P(1 + rt)*

$$= 15000\left[1 + 0.07\left(\frac{214}{365}\right)\right]$$

= RM15 618.49

Contoh 2.4 :

Kirakan faedah mudah yang matang dalam masa 90 hari bagi pinjaman RM8000 dengan kadar $8\frac{1}{2}$% setahun secara

(a) faedah tepat
(b) faedah biasa

Penyelesaian :

P = 8000, *r* = 0.085,

(a) Faedah tepat, *I* = *Prt*

$$= 8000 \times 0.85 \times \frac{90}{365}$$

= 167.67

(b) Faedah biasa, *I* = *Prt*

$$= 8000 \times 0.85 \times \frac{90}{360}$$

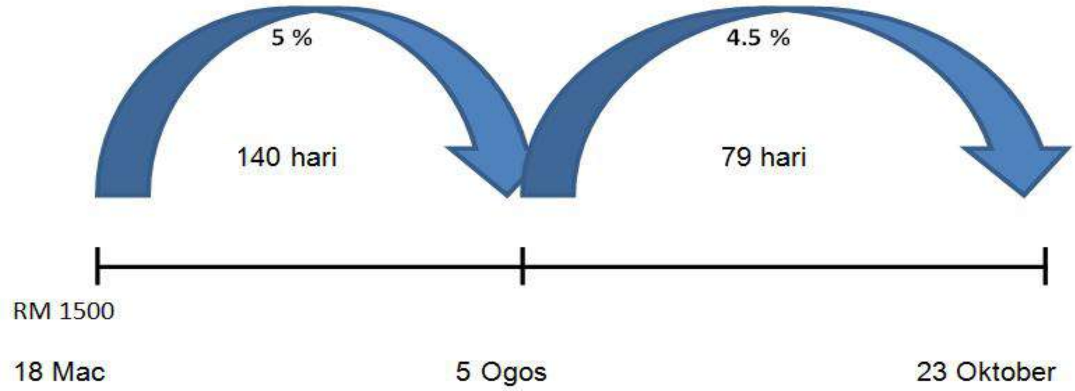
= 170.00

Contoh 2.5 :

Ahmad telah mendeposit wang RM1500 dalam simpanan pada 18 Mac 2017. Kadar faedah mudah yang diberikan adalah 5%. Pada 5 Ogos 2017, kadar faedah mudah telah berubah kepada 4.5%. Kirakan wang simpanannya pada 23 Oktober 2017.

Penyelesaian :

Bilangan hari 18 Mac hingga 5 Ogos adalah 140 hari. Bilangan hari dari 5 Ogos hingga 23 oktober adalah 79 hari.



Simpanan, S = deposit awal + kadar faedah 140 hari + kadar faedah 79 hari

$$= \text{RM } 1500 + \left[1500 \times 0.05 \times \frac{140}{365}\right] + \left[1500 \times 0.045 \times \frac{79}{365}\right]$$

= RM1543.38

2.1.3 Persamaaan Nilai (*Equation of Value*)

(a) Garis Masa

Berikut ialah gambaran secara grafik suatu permasalahan nilai wang yang membolehkan pengurus kewangan melihat aliran tunai masuk/keluar dengan lebih jelas.

Masa	0	1	2	3	4	n
Aliran Tunai	-1000	100	100	100	200	?

- Masa merujuk kepada bila aliran tunai masuk atau keluar berlaku.
- Masa 0 menunjukkan masa sekarang atau hari ini.
- Masa 1 hingga n merujuk kepada suatu tempoh masa (harian, bulanan, tahunan, suku tahun, setengah tahun).
- Aliran tunai keluar ditandakan (-) negatif dan aliran tunai masuk bernilai positif.
- ? ialah nilai yang tidak diketahui.

(b) Nilai Kini (PV) dan Nilai Depan (FV)

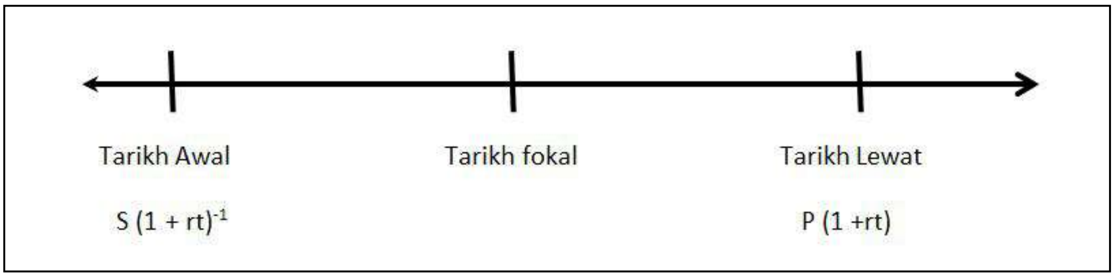
Nilai depan (*future value*) merujuk kepada amaun yang akan diperoleh pada satu masa hadapan. Sebagai contoh, sekiranya sejumlah prinsipal P disimpan di bank pada kadar faedah mudah r untuk t tahun, maka nilai depannya S diberi oleh $P(1 + rt)$. Proses menukar nilai sejumlah wang hari ini (nilai kini) kepada nilai pada masa hadapan (nilai depan) menyebabkan nilai depan wang akan bertambah pada kadar yang semakin tinggi disebabkan penambahan jumlah faedah yang semakin tinggi.

Nilai kini (*present value*) merujuk kepada nilai pada hari ini untuk sejumlah wang yang akan terkumpul pada masa hadapan. Sebagai contoh, sekiranya sejumlah wang S perlu dikumpul pada satu masa hadapan, amaun kini yang perlu disimpan di bank untuk memperoleh amaun S tersebut dinamakan sebagai nilai kini. Nilai kini diwakili P, iaitu $S(1 + rt)^{-1}$.

Secara umum, kita boleh membuat perbandingan bagi persamaan nilai seperti berikut:

$$S = P(1 + rt) \text{ atau } P = S(1 + rt)^{-1}$$

Apabila nilai wang bergerak ke hadapan (tarikh lewat) dari tarikh fokal maka nilai wang pada tarikh lewat dikenali sebagai nilai depan, iaitu S, atau $P(1 + rt)$. Jika nilai wang bergerak ke belakang (tarikh awal) dari tarikh fokal maka nilai wang pada tarikh awal dikenali sebagai nilai kini, iaitu P, atau $S(1+rt)^{-1}$.



Contoh 2.6 :

Abu telah membuat pinjaman RM1500 yang mempunyai tempoh matang dalam masa 6 bulan dengan kadar faedah 11% setahun. Jika kadar faedah bayaran pinjaman tersebut meningkat kepada 15%, kirakan bayaran pinjaman

i. tiga bulan selepas pinjaman ii. 12 bulan selepas pinjaman

Penyelesaian :

Nilai pinjaman dan faedah dengan kadar 11 %

$$1500\left[1 + (0.11)\left(\frac{6}{12}\right)\right] = 1582.50$$

i. Katakan P adalah bayaran pada akhir 3 bulan

$$P = 1582.50\left[1 + (0.15)\left(\frac{3}{12}\right)\right]^{-1}$$

$$P = RM1525.30$$

ii. Katakan S adalah bayaran selepas 12 bulan

$$S = 1582.50\left[1 + (0.15)\left(\frac{6}{12}\right)\right]^{1}$$

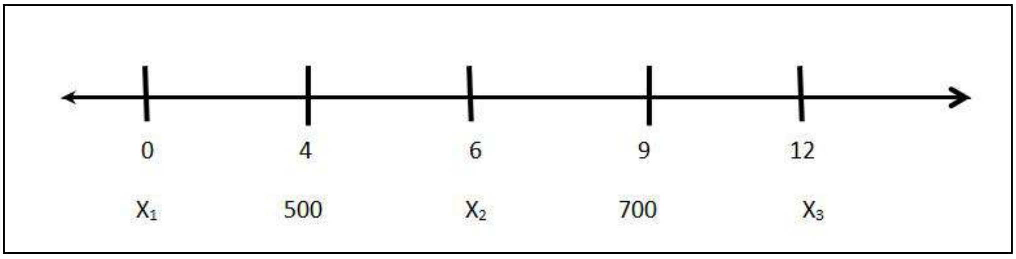
$$S = RM1701.19$$

Contoh 2.7 :

Mr Hill telah membuat pinjaman RM500 dalam masa 4 bulan dan RM700 dalam masa 9 bulan dengan kadar faedah pinjaman 11% setahun. Mr Hill melakukan sekali pembayaran bagi melunaskan pinjamannya. Kirakan pembayaran yang dilakukan oleh Mr Hill bagi melunaskan hutangnya jika pembayaran dilakukan

i. sekarang ii. dalam masa 6 bulan iii. dalam masa setahun

Penyelesaian :



i. $X_1 = 500\left[1+(0.11)(\frac{4}{12})\right]^{-1} + 700\left[1+(0.11)(\frac{9}{12})\right]^{-1}$ = RM1128.97

ii. $X_2 = 500\left[1+(0.11)(\frac{2}{12})\right]^{1} + 700\left[1+(0.11)(\frac{3}{12})\right]^{-1}$ = RM1190.44

iii. $X_3 = 500\left[1+(0.11)(\frac{8}{12})\right] + 700\left[1+(0.11)(\frac{3}{12})\right]$ = RM1255.92

Latihan Kendiri 2.2 :

1. Berapakah nilai depan pada akhir tahun ke-4 bagi RM5500 yang dilabur hari ini pada kadar faedah mudah sebanyak 6% setahun?

   [RM6820]

2. Kirakan nilai kini bagi simpanan 10 tahun yang akan menghasilkan simpanan akhir sejumlah RM5000 pada kadar faedah mudah 7% setahun.

   [RM2941.18]

3. Paula telah membuat pinjaman RM100 yang matang dalam masa 6 bulan dan RM150 yang matang dalam masa 1 tahun dengan kadar faedah pinjaman 16% setahun. Dia dan pemiutang telah bersetuju untuk membuat bayaran bagi pinjaman tersebut dengn tarikh fokal (*focal date*) sekarang. Kirakan bayaran yang Paula perlu jelaskan sekarang.

   [RM 221.90]

4. Abu Jawaz telah membuat pinjaman pada 1 Januari 2016. Dia telah membuat bayaran RM2000 pada 30 April 2016 dan RM2000 pada 31 Ogos 2015. Bayaran terakhir dibuat pada 15 Disember 2016. Kirakan jumlah bayaran terakhir jika kadar faedah pinjaman 7% setahun dengan tarikh fokal (*focal date*)

   i. 15 Disember 2016 ii. 1 Januari 2016

   [i. RM1208.05, ii. RM1211.92]

5. Tempoh pinjaman RM500 adalah selama 20 hari dan tempoh pinjaman bagi RM400 adalah 50 hari. Jika kadar faedah pinjaman adalah 11% setahun, kirakan bayaran pinjaman jika tarikh fokal adalah sekarang.

   [RM305.21]

6. Johana telah membuat pinjaman RM1000 dengan kadar faedah pinjaman 11% setahun. Dia membayar hutangnya dengan jumlah bayaran yang sama selepas 3 bulan, 6 bulan dan 9 bulan pinjaman itu dilakukan. Kirakan jumlah bayaran pinjaman Johana jika tarikh fokal pada

   i. masa kini   ii. akhir 9 bulan

   [i. RM351.51, ii. RM351.18]

2.1.4 Bayaran Separa (*Partial Payment*)

Siri bayaran separa terhadap pinjaman dilakukan secara berperingkat sebagaimana terma perjanjian antara pihak institiusi kewangan dan peminjam. Jumlah bayaran dan tempoh bayaran pinjaman adalah bebeza. Sesuatu yang penting bagi bayaran separa adalah mengetahui baki pinjaman sehingga semua pinjaman dilunaskan.

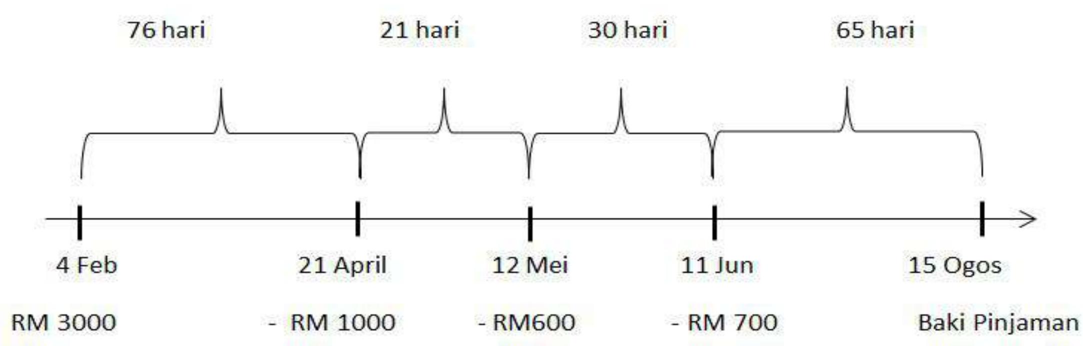
Bayaran separa menggunakan 2 kaedah iaitu kaedah pengurangan baki *(declining balance method)* dan petua *Merchant (Merchant's Rule*).

Kaedah pengurangan baki merupakan kaedah yang digunakan secara meluas. Faedah terhadap baki pinjaman akan dikira setiap kali bayaran separa dilakukan. Jika bayaran lebih besar dari faedah terhadap baki pinjaman, perbezaan ini digunakan bagi mengurangkan pinjaman.

Contoh 2.8 :

Pada 4 Febuari 2017, Jasman telah meminjam RM3000 dengan kadar faedah mudah 11% setahun. Dia membayar RM1000 pada 21 April 2017, RM600 pada 12 Mei 2017 dan RM700 pada 11 Jun 2017. Kirakan baki pinjaman pada 15 Ogos 2017 dengan menggunakan kaedah pengurangan baki (*declining balance method*)?

Penyelesaian



Baki Pinjaman = pinjaman asal + kadar faedah 76 hari + (–RM1000) + kadar faedah 21 hari + (–RM600) + kadar faedah 30 hari + (–RM700) + kadar faedah 65 hari

= RM3000 + RM 68.71 - RM1000+ RM13.09 – RM600 + RM13.40 - RM700 + RM15.58

= RM810.78

Penyelesaian Alternatif :

Baki pinjaman pada 21 April $= 3000\left[1+(0.11)(\frac{76}{365})\right]-1000$

$= 2068.71$

Baki pinjaman pada 12 Mei $= 2068.71\left[1+(0.11)(\frac{21}{365})\right]-600$

$= 1481.80$

Baki pinjaman pada 11 Jun $= 1481.80\left[1+(0.11)(\frac{30}{365})\right]-700$

$= 795.20$

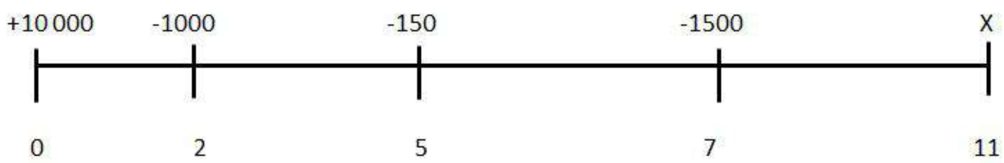
Baki pinjaman pada 15 Ogos $= 795.20\left[1+(0.11)(\frac{65}{365})\right]$

$= 810.78$

Contoh 2.9 :

Suzana meminjam RM10 000 dengan kadar faedah mudah 8% setahun. Dalam masa 2 bulan dia membayar RM1000, RM150 dalam masa 5 bulan dan RM1500 dalam masa 7 bulan. Kirakan baki pinjamannya pada bulan ke-11 bulan dengan mengunakan petua *Merchant*.

Penyelesaian



*Gunakan bulan ke-11 sebagai tarikh fokal (*focal date)*

Katakan , x = baki pinjaman

0 hingga bulan ke 11 = 11 bulan

Bulan ke 2 hingga bulan ke-11 = 9 bulan

Bulan ke 5 hingga bulan ke-11 = 6 bulan

Bulan ke 7 hingga bulan ke-11 = 4 bulan

$$10000\left[1+0.08\left(\frac{11}{12}\right)\right]=1000\left[1+0.08(\frac{9}{12})\right]+150\left[1+0.08(\frac{6}{12})\right]+1500\left[1+0.08(\frac{4}{12})\right]+x$$

1060 + 156+1540 + x = 10733.33
x = 7977.33

Latihan Kendiri 2.3 :

1. Amira telah membuat pinjaman RM1000 pada 15 Januari 1995 dengan kadar faedah 16% setahun. Dia membuat pembayaran RM350 pada 12 April 12, RM20 pada 10 Ogos 1995 dan RM400 pada 3 Oktober 1995. Kirakan baki pinjaman pada 1 Disember 1995 dengan menggunakan petua pengurangan baki dan petua Merchant's.

   [RM330.37, RM324.49]

2. Mat Ali telah membuat pinjaman sebanyak RM1000 dengan kadar faedah 14.25% setahun. Dia telah membuat pembayaran RM200 selama 3 bulan dan RM700 selama 7 bulan. Kirakan baki pinjaman Mat Ali pada tahun tersebut dengan menggunakan petua pengurangan baki dan petua *Merchant*.

   [RM503.54, RM497.37]

3. Pada bulan Mac 2016, Azmi telah membuat pinjaman RM3000 pada kadar faedah 11% setahun. Dia telah membuat pembayaran RM1000 pada 21 April 2016, RM600 pada 12 Mei 2016 dan RM700 pada 11 Jun 2015. Kirakan baki pinjaman Azmi pada 15 Ogos 1995 dengan menggunakan petua pengurangan baki dan petua *Merchant*.

   [RM812.36, RM809.24]

2.1.5 Diskaun Mudah

Bagi institiusi kewangan, diskaun mudah dikenali sebagai pendiskaunan pinjaman *(discounted loans)* iaitu jumlah wang atau *proceed* yang diterima oleh peminjam setelah pihak bank memotong faedah yang harus dibayar oleh peminjam daripada prinsipal asal.

Formula diskaun mudah ialah

$$\boxed{D = Adt}$$

di mana,

D = diskaun mudah
A = amaun yang dipinjam
d = kadar diskaun mudah
t = masa dalam tahun

Amaun pinjaman yang sebenarnya diterima oleh peminjam (*proceed*/nilai kini), P, diberi oleh

$$P = A - D$$

dan dengan penggantian $D = Adt$, kita dapati *bahawa*

$$P = A - Adt$$
$$= A(1 - dt)$$

Jumlah *proceed* dan jumlah diskaun bank adalah jumlah nilai muka (*face value*) iaitu jumlah sebenar yang perlu dibayar oleh peminjam. Pada hakikatnya nilai muka (*face value*) adalah sama dengan nilai matang (*maturity value)* jika menggunakan kadar faedah mudah.

Sebagai contoh, andaikan pihak bank mengeluarkan nota diskaun RM150 bagi nilai muka (pinjaman) RM2000, maka *proceed* iaitu wang pinjaman yang diterima peminjam adalah RM1850.

2.1.6 Perbezaan di antara Faedah Mudah dan Diskaun Mudah

Perbezaan di antara kadar faedah mudah dan diskaun mudah adalah seperti berikut :

Bentuk nota	Jumlah yang diterima oleh peminjam	Faedah bank	Jumlah pinjaman perlu bayar
Faedah mudah (simple interest)	Nilai muka (prinsipal)	Kadar faedah mudah	Nilai matang
Diskaun mudah	*Proceed*	Kadar diskaun mudah	Nilai muka

Pengiraan kadar faedah mudah adalah berdasarkan prinsipal manakala pengiraan diskaun mudah adalah berdasarkan nilai muka (nilai matang).

Contoh 2.10 :

Mariam telah meminjam RM12 000 selama 10 bulan dari sebuah bank bagi membeli sebuah kereta. Pihak bank telah memberikan nota diskaun mudah pada kadar 9% setahun. Berapakah jumlah diskaun mudah bank yang dikenakan dan *proceed* yang diterima oleh Mariam ?.

Penyelesaian :

A = 12 000, d = 9% , $t = \frac{10}{12}$

$$D = 12000 \times 0.09 \times \frac{5}{6}$$

= RM900

Oleh itu, *proceed* (P)

= RM12 000 – RM900

= RM11 100

Contoh 2.11 :

Ali meminjam RM25 000 dari sebuah Amanah Ikhtiar bagi memperkembangkan perniagaan runcitnya. Kirakan *proceed* yang diterima Ali jika pinjaman itu selama 90 hari dengan kadar diskaun $10\frac{1}{2}$% setahun .

Penyelesaian :

$$A = RM25\ 000,\ d = 10\frac{1}{2}\ \%,\ t = \frac{90}{360}$$

P = A(1 –dt)

$$= 25000\left[1-(0.105\times\frac{90}{360})\right]$$

= RM24 343.75

Contoh 2.12 :

Pihak Bank XYZ telah mengeluarkan dua nota pinjaman yang berbeza dengan nilai muka RM7500 bagi tempoh pinjaman 90 hari. Nota pinjaman pertama mengenakan kadar faedah mudah 12% setahun dan satu lagi bentuk pinjaman dikenakan diskaun bank pada kadar 12% setahun.

(a) Kira jumlah faedah yang dikenakan oleh pihak bank
(b) Kira jumlah pinjaman sebenar yang diterima oleh peminjam
(c) Kira nilai matang bagi setiap nota

Penyelesaian :

(a)

Kadar Faedah Mudah	Diskaun Mudah
I = Prt $=7500\times0.12\times\frac{90}{360}$ = RM225	*D = Adt* $=7500\times0.12\times\frac{90}{360}$ = RM225

(b)

Kadar Faedah Mudah	Diskaun Mudah
Prinsipal = Nilai Muka = RM7500	Diskaun Mudah = A - D = 7500 – 225 = RM7275

(c)

Kadar Faedah Mudah	Diskaun Mudah
S = P + I = 7500 + 225 = RM7725	Nilai Matang = Nilai Muka = RM7500

Latihan Kendiri 2.4 :

1.	Johan telah meminjam RM25 000 dari sebuah bank bagi memulakan perniagaan. Cari nilai *proceed* jika tempoh pinjaman tersebut adalah 90 hari dengan kadar diskaun 10.5%. *[RM24 343.75]*
3.	Sebuah bank mengenakan kadar diskaun pinjaman 12% bagi pinjaman jangka pendek. Seorang peminjam memerlukan RM2000 bagi tempoh pinjaman selama 9 bulan. Kirakan amaun yang sepatutnya peminjam itu meminjam dari bank berkenaan. *[RM2197.80]*
3.	Leslie Graham, pemilik syarikat Graham Sdn. Bhd, telah menandatangani nota bank yang mempunyai nilai muka RM12 500 pada 12 April 2016. Pada 30 Ogos 2016, Leslie telah membayar nota tersebut sebanyak RM12 961.81. Kirakan kadar faedah nota tersebut. *[9.5%]*
4.	Tentukan kadar faedah tepat dan kadar faedah biasa bagi pinjaman RM8000 dengan kadar faedah 8.5% setahun. *[RM 167.67, RM 170.00]*
5.	Sham telah menerima proceed pinjaman RM4480 bagi nota diskaun mudah dari sebuah bank. Tempoh pinjaman tersebut ialah 240 hari dengan nilai matang RM4800. Kira kadar diskaun yang dikenakan. *[10%]*
6.	Ahmad membuat pinjaman dari sebuah bank sebanyak RM15 000. Jika kadar pinjaman yang dikenakan 7% setahun, kirakan kadar faedah yang dikenakan dan jumlah pinjaman yang perlu dibayar jika i. tempoh pinjaman tersebut adalah 7 bulan. ii. pinjaman tersebut bermula pada 7 April dan tempoh pinjaman selama 7 bulan. *[i. RM15 612.50, ii. RM15 615.52]*

2.2 Faedah Kompaun

Pengiraan faedah mudah adalah berasaskan prinsipal asal sepanjang tempoh pinjaman atau simpanan dan tidak berubah dari semasa ke semasa. Pengiraan faedah kompaun pula adalah berasaskan prinsipal yang berubah dari semasa ke semasa. Faedah yang diperoleh terdahulu dikompaun atau ditukar kepada prinsipal dan mendatangkan faedah selepas itu. Dalam perkataan lain, prinsipal bertambah sepanjang tempoh pinjaman atau simpanan. Kaedah faedah kompaun merupakan kaedah untuk memperolehi keuntungan faedah ke atas pinjaman pokok dan faedah terkumpul dengan pengiraan secara tahunan, bulanan dan harian. Selain memberi pulangan pelaburan yang tinggi, faedah kompaun juga akan menyebabkan caj yang lebih tinggi jika berlaku kelewatan pembayaran semula pinjaman.

Sebagai contoh, anda membuat pinjaman daripada bank sebanyak RM5000 dengan kadar faedah kompaun yang dikenakan sebanyak 4% setahun selama 3 tahun**.**

Faedah yang dikenakan pada akhir tahun pertama,

$I = 5000 \times 0.04 \times 1$

$I = 200$

Maka prinsipal baru pada awal tahun kedua ialah RM5000 + RM200 = RM5200

Faedah yang dikenakan pada akhir tahun yang kedua,

$I = 5200 \times 0.04 \times 1$

$I = 208$

Oleh itu, prinsipal baru pada awal tahun ketiga ialah RM5200 + RM208 = RM5408

Faedah yang dikenakan pada akhir tahun ketiga,

$I = 5408 \times 0.04 \times 1$

$I = 216.32$

Maka itu, jumlah keseluruhan pinjaman dan faedah yang perlu dibayar balik ialah

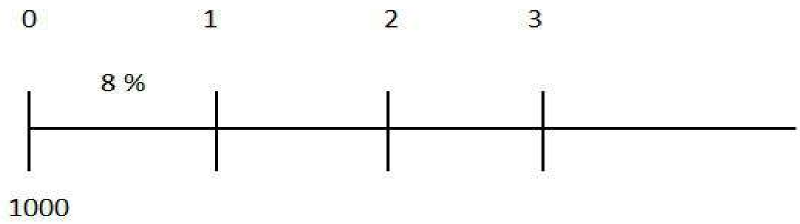
RM5408 + RM216.32 = RM5624.32

Jumlah faedah yang dikenakan oleh bank = 5624.32 – 5000 = RM624.32

2.2.1 Nilai Terkumpul (*Accumulated Value*)

Nilai terkumpul ialah amaun yang diperoleh hasil daripada faedah kompaun pada prinsipal yang berubah pada selang masa yang tertentu. Faedah yang diperolehi selepas satu selang masa ditambahkan kepada pokok untuk mendapatkan pokok yang baharu.

Faedah kompaun merupakan faedah yang diperoleh daripada faedah asas bagi simpanan yang melebihi tempoh satu tahun. Faedah bagi tahun kedua adalah berasaskan amaun yang terkumpul pada akhir tahun pertama, faedah bagi tahun ketiga pula berasaskan jumlah yang terkumpul pada akhir tahun kedua dan seterusnya. Penggunaan garis masa boleh digunakan bagi memudahkan kefahaman berkaitan faedah kompaun.



Berdasarkan rajah di atas, wang RM1000 disimpan di bank pada hari ini akan menjadi lebih banyak setahun dari sekarang kerana amaun tersebut ditambah dengan faedah yang dihasilkan. Sekiranya bank membayar faedah pada kadar 8% setahun, jumlah simpanan akan menjadi RM1080 iaitu simpanan asal RM1000 ditambah dengan faedah RM80.

Maklumat di atas boleh diringkaskan seperti berikut:

Nilai depan, *FV* (atau diringkaskan sebagai *S*)

Nilai kini, *PV* = RM1000 (atau diringkaskan sebagai *P* = RM1000)

Kadar faedah, *r* = 8% = 0.08

Apabila tempoh masa dilanjutkan kepada dua tahun, nilai depan pada akhir tahun kedua, FV_2 boleh dikira berasaskan persamaan berikut:

$$FV_1 = PV(1 + r)$$

$$\begin{aligned} FV_2 &= FV_1(1 + r) \\ &= PV(1 + r)(1+r) \\ &= PV(1+r)^2 \end{aligned}$$

Untuk contoh di atas, nilai depan pada akhir tahun kedua bagi simpanan RM1000 pada kadar 8% adalah seperti berikut:

$$\begin{aligned} FV_2 &= PV(1 + r)^2 \\ &= 1000(1 + 0.08)^2 \\ &= 1166.40 \end{aligned}$$

Formula di atas juga boleh digunakan untuk mengira nilai depan bagi tempoh tiga dan empat tahun:

$$\begin{aligned} FV_3 &= FV_2(1+r) \\ &= PV(1+r)^2(1+r) \\ &= PV(1+r)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FV_4 &= FV_3(1 + r) \\ &= PV(1+r)^3(1+r) \\ &= PV(1+r)^4 \end{aligned}$$

Jika diperhatikan persamaan di atas, wujud pola formula umum bagi mencari nilai depan suatu amaun.

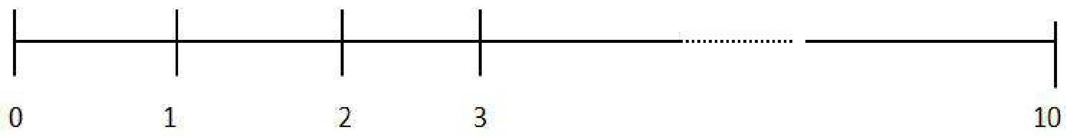
Untuk tempoh satu tahun,	$FV_1 = PV(1 + r)$
dua tahun,	$FV_2 = PV(1+r)^2$
tiga tahun,	$FV_3 = PV(1+r)^3$
empat tahun,	$FV_4 = PV(1+r)^4$
maka untuk 10 tahun	$FV_{10} = PV(1 + r)^{10}$
dan untuk *n* tahun,	$FV_n = PV(1 + r)^t$ atau ringkasnya $\boxed{S = P(1 + r)^t}$

Contoh 2.13 :

Jika Azman mendepositkan RM1000 ke dalam bank yang membayar faedah berasaskan kompaun tahunan setinggi 5% untuk tempoh 10 tahun, berapakah jumlah simpanan pada akhir tahun ke-10?

Penyelesaian :

Garis masa untuk masalah ini adalah seperti berikut :

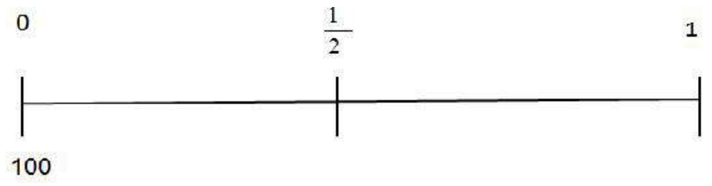


Maklumat tersedia: nilai kini, *PV* = 1000; kadar faedah, *r* = 5 %; dan *n* = 10 tahun

$$\begin{aligned} S &= P(1 + r)^t \\ &= 1000(1 + 0.05)^{10} \\ &= 1000(1.62889) \\ &= 1628.89 \end{aligned}$$

2.2.2 Faedah Kompaun yang Lebih Kerap

Dalam keadaan sebenar, faedah akan dikompaunkan lebih kerap daripada sekali dalam tempoh setahun. Kebanyakan institusi kewangan membayar kadar faedah bagi setiap setengah tahun. Terdapat juga institusi kewangan yang kredit faedah setiap suku tahun ataupun secara bulanan. Dengan kekerapan tersebut, jumlah faedah yang dibayar dalam setahun adalah lebih tinggi dan jumlah yang terkumpul akan meningkat dengan lebih cepat. Contohnya, nilai kini RM100 yang disimpan pada awal tahun di bank pada kadar 10% setahun akan menjadi RM110 pada akhir tahun. Namun begitu, jika kadar faedah dikompaun bagi setiap setengah tahun amaun yang terkumpul adalah RM110.25. Ini dapat digambarkan seperti berikut.



Amaun pada pertengahan tahun $= 100 + \left(100 \text{ x } 0.10 \text{ x } \frac{1}{2}\right)$

$= 100 + 5$

$= 105$

Amaun pada akhir tahun $= 105 + \left(105 \text{ x } 0.10 \text{ x } \frac{1}{2}\right)$

$= 105 + 5.25$

$= 110.25$

Peningkatan nilai depan yang lebih tinggi adalah disebabkan dalam tempoh enam bulan kedua, faedah dikira berasaskan amaun yang terkumpul dalam enam bulan pertama. Amaun pokok bagi pengiraan faedah bagi tempoh kedua adalah RM105. Oleh itu, faedah bagi tempoh kedua adalah lebih tinggi daripada faedah tempoh pertama.

Rumus umum bagi mengira nilai depan untuk faedah yang dikompaunkan lebih daripada sekali dalam setahun adalah seperti berikut:

$$\boxed{FV_n = PV\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mt}}$$

di mana,

FV = nilai depan = S

PV = nilai kini, amaun asal atau amaun pokok = P

r = kadar faedah tahunan

t = bilangan tahun

m = kekerapan kompaun dalam setahun

Secara ringkasnya, rumus di atas boleh ditulis sebagai,

$$\boxed{S = P(1 + i)^n}$$

di mana,

$i = \frac{r}{m}$ = kadar faedah berkala

$n = mt$ = kekerapan faedah dikompaun sepanjang tempoh pelaburan/pinjaman

Nilai *m* bergantung kepada bilangan kompaun yang dilakukan dalam setahun. Lebih kerap faedah dikompaunkan maka lebih besar nilai *m.* Berikut adalah faedah yang dikompaunkan berdasarkan nilai *m*.

Setiap setengah tahun, m = 2

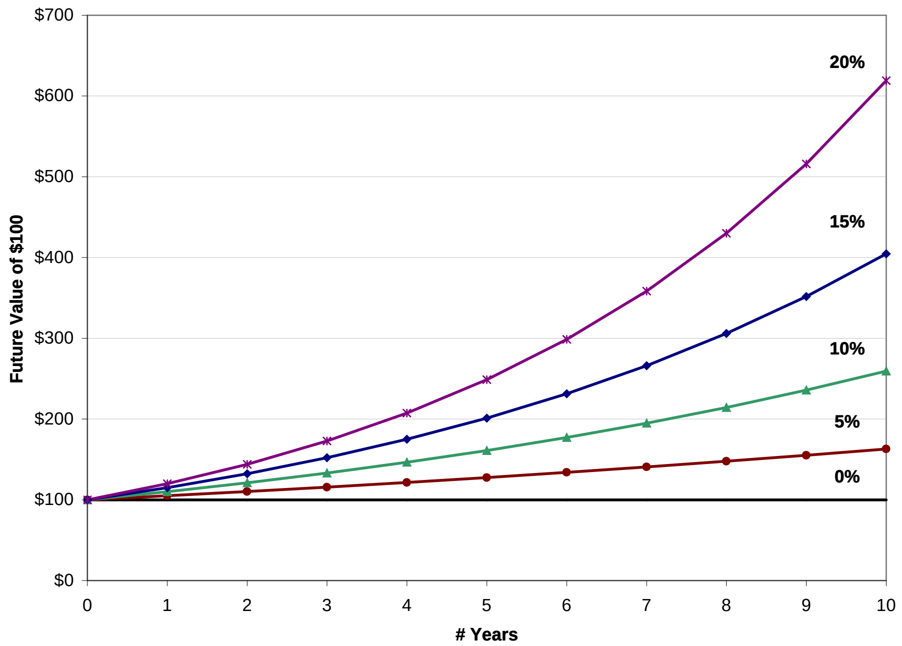
Setiap suku tahun, m = 4

Setiap bulan, m =12

Setiap hari, m = 365

Hubungan di antara nilai depan, kadar faedah dan tempoh masa dapat dilihat secara grafik. Nilai depan mempunyai hubungan yang positif dengan kadar faedah, kekerapan pengkompaunan dan masa. Hubungan yang positif bermaksud nilai depan sesuatu amaun akan menjadi semakin tinggi apabila kadar faedah, kekerapan pengkompaunan atau tempoh bertambah.

Nilai depan bagi deposit RM100 mengikut tahun dan kadar faedah



Jadual berikut menunjukkan nilai depan bagi RM1 pada masa kini untuk enam tahun yang akan datang dengan menggunakan kadar faedah sebanyak 10% setahun dengan kekerapan pengkompaunan yang berbeza. Kesimpulan yang boleh dibuat berdasarkan contoh berikut ialah semakin kerap pengkompaunan, semakin tinggi nilai depan aliran tunai.

Andaian Pengkompaunan	n = mt	i = r/m	FV_m atau S
Sekali setahun	6 x 1 = 6	0.1/1	1.772
Dua kali setahun	6 X 2 = 12	0.1/2 = 0.05	1.796
Empat kali setahun	6 X 4 = 24	0.1/4 = 0.025	1.809
Setiap bulan	6 X 12 = 72	0.1/24 = 0.0083	1.817

Contoh 2.14 :

Pada awal tahun Januari 2001, Zakir melabur sebanyak RM100 000 dalam saham amanah di sebuah bank. Pihak bank memberi faedah keuntungan 10% setahun bagi setiap 6 bulan. Kira jumlah wang Zakir pada akhir tahun 2001.

Penyelesaian :

PV = 100 000, *r* = 0.1, *m* = 2, *t* = 2

$$FV = 100000\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{1\text{x}2}$$

= 110 250

Contoh 2.15 :

Sekiranya Ali melabur sebanyak RM2450 selama 6.5 tahun di sebuah bank yang memberi kadar faedah 5.25% secara kompaun bagi setiap suku tahun, kirakan jumlah wangnya apabila pelaburan tersebut matang.

Penyelesaian :

m = 4 kali setahun, t = 6.5 tahun

6.5 tahun x 4 kali setahun = 26 kali

$i = \frac{0.0525}{4}$

$$FV = 2450\left(1+\frac{0.0525}{4}\right)^{26}$$

= 3438.78

Latihan Kendiri 2.5 :

1. (a) Kirakan faedah mudah bagi pinjaman RM1000 bagi tempoh pinjaman 2 tahun dengan kadar faedah 12% setahun.
   (b) Kirakan faedah kompaun bagi pinjaman RM1000 bagi tempoh pinjaman 2 tahun dengan kadar faedah 12% dua kali setahun.

   [(a) RM240, (b) RM262.48]

2. Kirakan faedah kompaun bagi pinjaman RM1000 dengan

   i. kadar faedah 6% setahun 12 kali setahun
   ii. kadar faedah 15% setahun 12 kali setahun

   bagi tempoh pinjaman 30 tahun.

   [i. RM348.85, ii. RM86 541.00]

3. Johan mendeposit wang dalam akaun simpanan yang memberikan kadar faedah simpanan 13.75% setahun. Kadar faedah dikira setiap hari terhadap baki yang paling minimum dan akan diimasukkan ke dalam akaun simpanan pada setiap akhir bulan. Jadual di bawah merupakan transaksi akaun Johan yang bermula pada 15 Mac dan pada akhir bulan Julai.

Tarikh	Deposit	Wang Keluar
15 Mac	800	
30 April	300	
7 Julai		200

Kirakan jumlah kadar faedah simpanan Johan pada akhir bulan Julai.

4. Mariana membuat pelaburan RM15 000 di dalam akaun simpanan tetap yang membayar kadar faedah dua kali setahun secara kompaun. Kirakan wang pelaburan Mariana setelah dia melabur selama 25 tahun dengan kadar faedah

i. 6% setahun ii. 8% setahun iii. 10% setahun

[i. RM65 758.59, ii. RM106 600.25, iii. RM172 011]

2.2.3 Kadar Faedah Efektif

Berdasarkan beberapa contoh yang diberi menunjukkan bahawa lebih kerap faedah dikompaunkan, lebih tinggi nilai depan sesuatu amaun. Akaun yang membayar faedah 4% dikompaunkan setiap setengah tahun akan mempunyai nilai depan yang lebih tinggi berbanding akaun yang membayar 4% kompaun tahunan. Ini bermakna kadar sebenar bagi faedah yang dikompaunkan secara setengah tahunan adalah lebih tinggi daripada 4% sebagaimana yang dinyatakan. Kadar sebenar ini dikenali sebagai kadar faedah efektif manakala kadar yang dinyatakan dikenali sebagai kadar faedah nominal.

Sekiranya pengkompaunan faedah dilakukan secara tahunan, kadar norminal adalah sama dengan kadar efektif. Apabila menilai kadar pulangan bagi suatu kadar pulangan bagi suatu pelaburan atau simpanan yang berbeza kekerapan pengkompaunan, perbandingan kadar faedah efektif adalah lebih sesuai. Kadar efektif dikira berdasarkan formula berikut.

$$r_e = EIR = (1 + \frac{r}{m})^m - 1$$

di mana

r = kadar nominal

m = kekerapan pengkompaunan dalam setahun

Contoh 2.16 :

Andaikan RM500 disimpan dalam akaun yang membayar faedah pada kadar 4% dikompaunkan setiap setengah tahun. Berapakah kadar faedah efektif simpanan tersebut?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} r_e &= \left(1+\frac{0.04}{2}\right)^2 - 1 \\ &= (1.02)^2 - 1 \\ &= 0.0404 \text{ atau } 4.04\% \end{aligned}$$

Latihan Kendiri 2.6 :

1. Sawal membuat perbandingan 2 pinjaman iaitu pinjaman di Bank A dan pinjaman di Bank B. Bank A mengenakan kadar faedah norminal 10% setahun 4 kali setahun manakla Bank B mengenakan kadar faedah norminal 9% kompaun 12 kali setahun. Kirakan kadar faedah efektif bagi setiap bank.

   [Bank A, 10.38 %, Bank B, 9.38 %]

2. Joe Veteree berhasrat membuat pinjaman di bank. Bank A yang berdekatan rumahnya memberikan kadar faedah pinjaman 8% setahun kompaun dua kali setahun manakala Bank B pula memberikan kadar faedah pinjaman 7.9% setahun dikompaun setiap bulan. Bank manakah yang memberikan kadar faedah efektif yang lebih rendah?

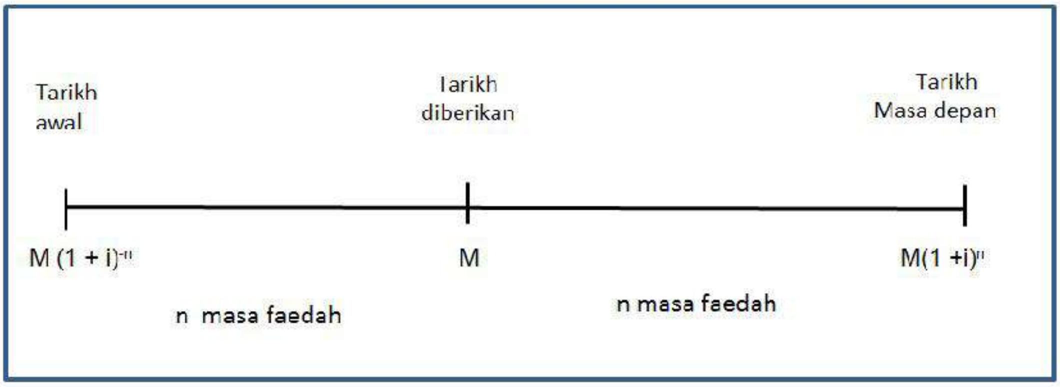
   [Bank A]

2.2.4 Kadar-Kadar Setara (*Equaivalent Value*)

Persamaan nilai ialah persamaan yang menggambarkan kesetaraan dua bilangan bayaran pada satu tarikh yang tertentu (tarikh fokal) iaitu :

APA YANG DIBAYAR = APA YANG DIHUTANG

Dengan merujuk rajah di bawah,



i. Apabila bergerak ke hadapan, kita mengumpulkan wang iaitu mendarabkan amaun ini dengan faktor $(1+i)^n$
ii. Apabila bergerak ke belakang kita mendiskaunkan wang dengan mendarabkan amaun ini dengan faktor $(1+i)^{-n}$

Contoh 2.17 :

Azmin membuat dua pinjaman sebanyak RM2000 di sebuah bank yang mempunyai tempoh matang selama dua tahun dan satu lagi hutang RM2500 yang mempunyai tempoh matang selama lima tahun. Jika Azmin mahu menjelaskan hutang-hutangnya dengan membuat satu bayaran tunggal, berapakah beliau mesti membayar jika kadar faedah hutang-hutang tersebut 8% setahun secara kompaun dua kali setahun dengan tarikh fokal pada

(a) masa kini
(b) akhir tahun ke-3
(c) akhir tahun ke-6

Penyelesaian :

(a)

Katakan pembayaran tunggal kini = RM x

Maka, $n_{2000} = 2(2) = 4,$

$n_{2500} = 2(5) = 10,$

$r = 0.08$

Oleh itu,

$$x = 2000\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{-4} + 2500\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{-10}$$

$$x = 709.62 + 1688.90$$

$$x = 3398.52$$

(b)

Katakan pembayaran tunggal kini = RM *x*

$n_x = 2(3) = 6$, $n_{2000} = 2(1) = 2$, $n_{2500} = (2)(2) = 4$

$$x\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{6} = 2000\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{2} + 2500\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{-4}$$
$$x(1.26532) = 2163.2 + 2137$$
$$x = 3398.52$$

(c)

Katakan pembayaran tunggal kini = RM *x*

$$x\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{12} = 2000\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{8} + 2500\left(1+\frac{0.08}{2}\right)^{2}$$
$$x = 3398.52$$

Contoh 2.18 :

Nasuha melaburkan RM50 000 dengan kadar faedah 10% setahun secara kompaun dua kali setahun. Wang tersebut akan diberikan kepada dua orang anaknya apabila mereka berumur 20 tahun. Kini, kedua-dua anaknya berumur 15 tahun dan 18 tahun. Kirakan jumlah wang yang akan diterima oleh kedua-dua anaknya jika mereka akan menerima jumlah yang sama.

Penyelesaian :

Katakan setiap anak menerima RM x. Ambil tahun 0 sebagai tahun fokal.

$r = 10\% = 0.1$, $n_1 = 2(2) = 4$, $n_2 = 2(5) = 10$

$$50000 = x\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^{-4} + x\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^{-10}$$

x = RM34 804.02

Latihan Kendiri 2.7 :

1.	Ahmad membuat pinjaman sebanyak RM2500 bagi tempoh 7 tahun. Jika kadar faedah pinjaman ialah 10% setahun dikompaun 12 kali setahun, kirakan jumlah yang perlu dibayar pada akhir i. 3 tahun ii. 10 tahun *[i. RM1678.58, ii. RM3370.45]*

2. Seorang peminjam telah membuat pinjaman RM1000 bagi tempoh pinjaman 18 bulan dan RM15 000 bagi tempoh pinjaman selama 4 tahun. Jika kadar faedah pinjaman 4% setahun secara kompaun bagi setiap suku tahun, kirakan jumlah yang perlu dibayar berdasarkan tarikh

   i. sekarang ii. 2 tahun akan datang

   [i. RM2096.59, ii. RM2361.79]

3. Seorang pengusaha kedai runcit telah membeli barangan berjumlah RM1500. Pekedai itu telah membuat bayaran awal RM500 dan RM500 selepas 6 bulan. Jika kadar faedah dikenakan 18% setahun secara kompaun 12 kali setahun bagi baki akhir pinjaman, kirakan bayaran akhir yang perlu dibayar dalam tempoh 1 tahun.

   [RM648.90]

4. Seorang lelaki telah mewasiatkan RM50 000 di dalam bank perlu diberikan sama banyak kepada 3 orang anaknya apabila umur anak-anaknya mencapai 21 tahun. Sewaktu lelaki itu meninggal dunia umur anak-anaknya 19 tahun, 15 tahun dan 13 tahun. Kirakan jumlah wang setiap anaknya dapat jika kadar faedah simpanan adalah 12% setahun secara kompaun 2 kali setahun.

   [RM29 713.99]

2.2.5 Nilai Diskaun (*Discounted Value*)

Nilai diskaun adalah nilai sekarang bagi suatu amaun wang tunai di satu masa hadapan. Nilai RM100 sekarang adalah lebih bernilai berbanding dengan RM100 pada masa akan datang. Nilai diskaun juga dikenali sebagai nilai kini (PV).

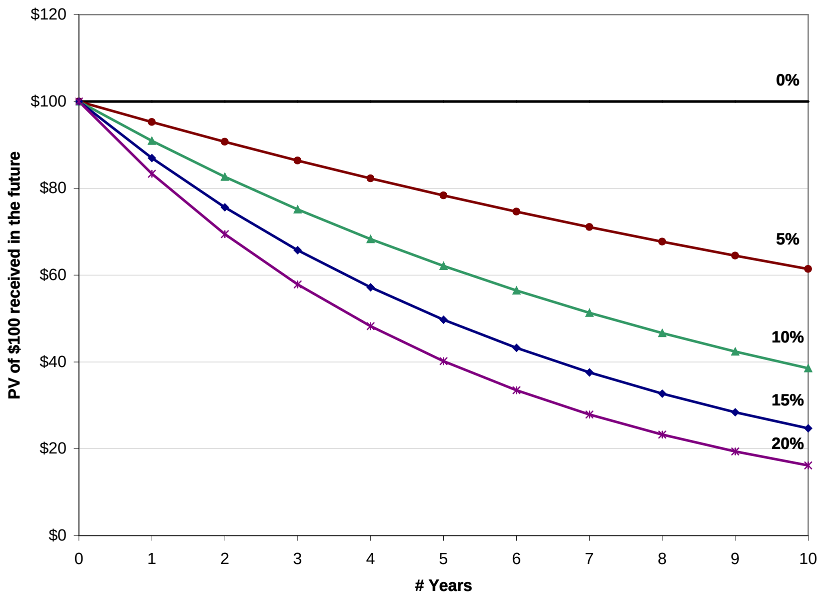
Konsep nilai kini dapat memberi perbandingan yang setara bagi dua amaun wang tunai pada masa yang berlainan. Ini dilakukan dengan menyelaraskan kedua-dua amaun yang berlainan kepada amaun di satu masa yang sama.

Perbezaan konsep

Kompaun (Compounding)	Diskaun (Discounting)
Proses menukar nilai kini kepada nilai depan	Proses menukarkan nilai depan kepada nilai kini
Menyebabkan nilai depan bertambah dengan kadar yang semakin tinggi	Menyebabkan nilai kini berkurang dengan kadar yang semakin kurang

Hubungan di antara nilai kini, kadar faedah, kekerapan pendiskaunan dan tempoh masa dapat dilihat secara grafik. Nilai kini mempunyai hubungan yang negatif dengan kadar faedah, kekerapan pendiskaunan dan tempoh masa. Hubungan yang negatif bermaksud nilai kini sesuatu amaun akan menjadi semakin rendah apabila kadar faedah, kekerapan pendiskaunan atau tempoh bertambah.

Nilai kini bagi RM100 mengikut tahun dan kadar faedah

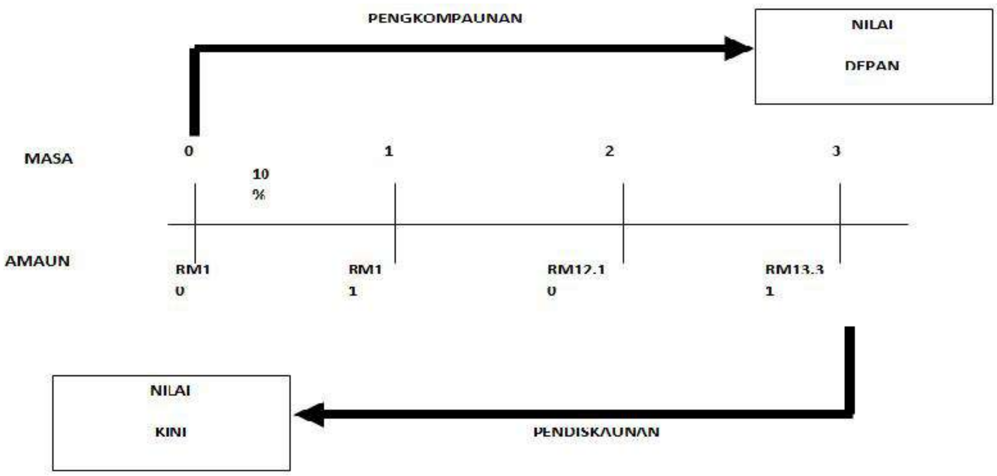


Jadual berikut menunjukkan nilai kini sebanyak RM1 yang akan diterima dalam enam tahun dari sekarang, diberikan bahawa kadar diskaun ialah 10% setahun, dengan kekerapan pendiskaunan yang berbeza. Kesimpulan yang boleh dibuat berdasarkan jadual berikut ialah semakin kerap pendiskaunan, semakin rendah nilai kini aliran tunai.

Andaian Pengkompaunan	n = mt	i = r/m	PV_m atau P
Sekali setahun	6 x 1 = 6	0.1/1	0.564
Dua Kali Setahun	6 X 2 = 12	0.1/2=0.05	0.557
Empat kali setahun	6 X 4 = 24	0.1/4=0.025	0.553
Setiap bulan	6 X 12 = 72	0.1/24=0.0083	0.550

2.2.6 Kesimpulan Konsep Kompaun (Nilai Depan) dan Diskaun (Nilai Kini)

Berikut adalah konsep pengkompaunan dan pendiskaunan berdasarkan garis masa.



Contoh 2.19 :

Ravi mesti membayar pinjamannya yang berjumlah RM6000 dalam masa 5 tahun. Kirakan amaun yang perlu Ravi deposit pada hari ini dengan kadar faedah 6.2% bagi membayar hutang tersebut.

Penyelesaian :

FV = 6000, *i* = 6.2% = 0.062, *n* = 5

$$6000 = PV(1+0.062)^5$$

$$PV = \frac{6000}{(1.062)^5}$$

$$= 4441.49$$

Contoh 2.20 :

Kirakan nilai kini bagi nilai depan RM16 000 dalam masa 9 tahun dengan kadar faedah kompaun 6% dua kali setahun .

Penyelesaian :

FV = 16 000, *i* = $\frac{0.06}{2}$, *n* = 9(2) = 18

$$PV = \frac{16000}{(1+0.03)^{18}}$$

$$= 9398.31$$

2.2.7 Penyusutan Nilai

Konsep penyusutan nilai adalah setara dengan konsep pendiskaunan. Nilai peralatan seperti mesin, komputer, kenderaan, item elektronik, perabot dan sebagainya akan menyusut mengikut masa. Rumus yang biasa digunakan ialah

$$\boxed{P = A\left(1 - \frac{d}{m}\right)^{mt}}$$

di mana P = nilai depan peralatan (nilai skrap)

A = nilai kini peralatan (nilai kos)

d = kadar susut nilai

t = bilangan tahun

m = kekerapan kompaun dalam setahun

Contoh 2.21 :

Sebuah mesin baharu yang berharga RM36 000 menyusut nilai pada kadar 20% setahun. Cari nilai mesin tersebut pada hujung tahun kelima dan susut nilai tahunannya.

Penyelesaian :

Nilai kini, A = RM 36 000, *d/m* = 20% = 0.2, *t* = 5

$$P = A(1 - \frac{d}{m})^{mt}$$

$$= 36\,000(1 - \frac{0.20}{1})^{1\times 5}$$

= RM 11 796.48

Susut Nilai Tahunan

Tahun	Nilai Kini (RM)	Susut Nilai Tahunan (RM)
0	36 000	0
1	28 800	7200
2	23 040	5760
3	18 432	4608
4	14 745.60	3686.40
5	11 796.48	2948.12

2.2.8 Pengkompaunan Berterusan

Perbincangan pengkompaunan setakat ini hanya tertumpu kepada situasi di mana faedah dikompaun secara tahunan, dua kali setahun, bulanan dan sebagainya. Walaubagaimanapun, dalam kes-kes tertentu, faedah boleh dikompaun secara berterusan. Sebagaimana yang dibincangkan dalam bahagian 2.2.2, semakin kerap pengkompaunan, semakin tinggi nilai depan aliran tunai. Maka seseorang akan menjangka bahawa pengkompaunan berterusan akan membawa kepada pertambahan nilai depan yang tak terhingga. Pada hakikatnya ini tidak berlaku kerana terdapat had atas apabila m $\rightarrow \infty$, rumus faedah kompaun

$$S = P(1 + \frac{r}{m})^{mt}$$

akan menjadi

$$\boxed{S = Pe^{rt}}$$

Nota: Pelajar boleh meneroka proses mencari had atas bagi $S = P(1 + \frac{r}{m})^{mt}$ apabila m $\rightarrow \infty$.

Contoh 2.22 :

Apakah nilai masa depan bagi RM100 yang dilaburkan sekarang untuk enam tahun dengan kadar faedah sebanyak 8% setahun dan dikompaun berterusan?

Penyelesaian :

$S = Pe^{rt}$

$= 100(2.72)^{0.08(6)}$

= RM161.61

Contoh 2.23 :

Apakah nilai kini bagi RM161.61 yang akan diterima dalam tempoh enam tahun dari sekarang bagi diskaun berterusan pada kadar faedah sebanyak 8% setahun?

Penyelesaian :

$S = Pe^{rt}$

$= 161.61\ (2.720\ )^{-(0.08)(6))}$

= RM100

Latihan Kendiri 2.8 :

1. Razali perlukan wang berjumlah RM2000 dalam masa 3 tahun. Kirakan wang yang perlu dia deposit sekarang sekiranya kadar faedah adalah 10.4% setahun secara kompaun 12 kali setahun.

   [RM1465.93]

2. Kirakan nilai kini bagi simpanan RM8000 yang tempoh matangnya 5 tahun dengan kadar faedah 7% setahun yang dikompaunkan 4 kali setahun.

   [RM5654.60]

3. Pada hari jadi yang ke-20, Aminah telah menerima RM1000 dari bapanya. Wang tersebut merupakan pelaburan yang didepositkan oleh bapanya sejak Aminah dilahirkan. Kirakan wang deposit pelaburan ayahnya jika pihak bank memberi kadar faedah

   i. 6% setahun dua kali setahun   ii. 12% setahun 4 kali setahun.

   [i. RM306.56, ii. RM93.98]

4. Anuar memiliki sebidang tanah berharga RM29 000. Pemaju telah menawarkan bayaran muka 20% daripada harga tanah serta dua kali bayaran yang sama jumlahnya iaitu RM15 000 pada akhir tahun kedua dan akhir tahun keempat. Jika kadar faedah pelaburan adalah 8% setahun dua kali setahun bagi tempoh 2 tahun pertama dan 12% setahun 4 kali setahun pada 2 tahun berikutnya, adakah Anuar menerima tawaran tersebut?

   [Tidak menerima tawaran]

5. Sebuah mesin yang bernilai RM10 000 mempunyai jangka hayat 10 tahun. Cari nilai mesin tersebut pada akhir tempoh hayatnya jika kadar susut nilainya ialah 10% setahun.

   [RM3486.78]

6. Sebuah mesin mempunyai kadar susut nilai tahunan 10%. Pada akhir tahun keempat, nilainya ialah RM131 220. Cari nilai asal mesin tersebut.

   [RM200 000]

7. Amin menyimpan RM5000 dalam bank yang membayar faedah tahunan 11% dikompaun secara berterusan. Kirakan jumlah dalam akaun bank Amin selepas 10 tahun.

   [RM15 020.83]

8. Sejumlah RM5000 dilaburkan pada kadar 9% setahun dikompaun secara berterusan. Cari bilangan tahun yang diperlukan bagi pelaburan tersebut mencapai jumlah RM8580.

   [6 tahun]

Ringkasan Rumus Tajuk 2

1. Faedah mudah, $S = P(1 + rt)$
2. Diskaun mudah, $P = A(1 - dt)$
3. Faedah kompaun, $S = P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mt} = P(1+i)^n$ atau $FV = PV(1+i)^n$
4. Nilai kini, $P = \frac{S}{(1+i)^n}$
5. Kompaun berterusan, $S = Pe^{rt}$
6. Diskaun kompaun, $P = A\left(1 - \frac{d}{m}\right)^{mt}$
7. Kadar faedah efektif, $EIR = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$

TAJUK 3

ANUITI

TAJUK 3 ANUITI

Pengenalan

Bab ini membincangkan anuiti iaitu satu siri pembayaran atau penerimaan tunai yang seragam yang dibuat pada selang jarak masa yang sama untuk tempoh tertentu. Anuiti biasanya digunakan dalam bidang perniagaan dan perdagangan. Kandungan dalam bab ini juga bertujuan membantu pelajar membuat perbandingan ke atas aliran tunai yang berlaku pada masa berlainan. Perkara penting yang perlu pelajar tahu adalah tiga kriteria utama dalam aliran tunai iaitu amaun yang sama, jarak masa antara setiap aliran tunai adalah sama dan tempoh aliran yang tertentu.

Hasil Pembelajaran

Pada akhir pembelajaran, pelajar dapat :

(a) Mengaplikasikan konsep pengkompaunan dan pendiskaunan dalam menentukan nilai depan dan nilai kini
(b) Mengaplikasi konsep Matematik Kewangan dalam pengiraan wang, nilai masa dan anuiti
(c) Membezakan antara anuiti biasa, anuiti matang dan anuiti tertunda
(d) Mengira nilai wang masa depan dan masa kini untuk tempoh pengkompaunan bukan tahunan
(e) Membuat keputusan dalam masalah kewangan harian
(f) Membanding dan menilai pelan

3.1 Pengenalan Kepada Anuiti

Perbincangan anuiti dimulakan dengan hubungan antara nilai depan dan nilai kini dalam teori kewangan, bermakna proses pengkompaunan adalah bersalingan dengan proses pendiskaunan. Secara am, anuiti ialah suatu siri bayaran atau penerimaan tunai secara berkala dalam jumlah yang sama yang dibuat pada selang jarak masa yang sama untuk tempoh tertentu. Anuiti digunakan dalam semua bidang perniagaan dan perdagangan. Contoh-contoh anuiti ialah bayaran pembelian kenderaan, bayaran sewa rumah, bayaran premium atas insuran dan sebagainya.

Pelaburan RM100 di akhir setiap tahun selama 5 tahun dan penerimaan RM500 pada akhir Disember selama 2 tahun adalah antara contoh anuiti. Manakala aliran tunai bagi RM5 yang berselangseli dengan aliran tunai sebanyak RM10 sebulan selama setahun bukan anuiti. Tiga kriteria utama dalam aliran tunai adalah aliran tunai amaun yang sama, selang jarak masa yang sama dan aliran tunai dalam tempoh tertentu.

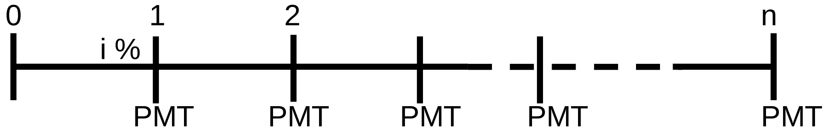
3.1.1 Konsep Anuiti

Aliran tunai yang pelbagai seperti anuiti biasa, anuiti matang dan anuiti tertunda merupakan konsep nilai masa wang bagi memudahkan pengiraan nilai depan anuiti dan nilai kini anuiti. Pengiraan anuiti bagi setiap pembayaran atau simpanan dikenakan faedah adalah berdasarkan kiraan faedah kompaun. Amaun anuiti adalah hasil tambah kesemua amaun kompaun bagi setiap pembayaran atau simpanan yang dibuat. Kekerapan pengkompaunan akan mempengaruhi nilai depan anuiti atau nilai kini anuiti sesuatu amaun.
Kriteria utama dalam aliran tunai terdiri daripada :

- aliran tunai dengan amaun yang sama;
- jarak masa antara setiap aliran tunai tersebut adalah sama;
- tempoh aliran tunai itu berlaku dalam tempoh yang tertentu.

Garisan masa bagi satu contoh anuiti dapat dilihat seperti di bawah :

Tempoh masa anuiti



di mana,

PMT = amaun aliran tunai (sama ada penerimaan atau pembayaran) yang seragam
i = kadar faedah atau kadar diskaun
n = tempoh anuiti

Empat pembolehubah yang terlibat dalam kedua-dua persamaan adalah nilai depan (FV), nilai kini (PV), kadar faedah (i) dan tempoh (n).
Persamaan yang terlibat adalah :

Nilai depan , $FV = PV(1+i)^n$

Dalam formula nilai kini, yang dikehendaki adalah PV. Oleh itu , formula di atas boleh dinyatakan sebagai berikut :

Nilai kini , $PV = \dfrac{FV_n}{(1+i)^n}$

3.1.2 Jenis-jenis anuiti

Anuiti dibahagikan kepada tiga jenis seperti Rajah 3.1.

Rajah 3.1 Jenis-jenis anuiti

Anda boleh melayari laman web www.insuranceinfo.com.my.

Anuiti tertunda :
Anuiti tertunda bermakna pembayaran pendapatan bermula lebih daripada 12 bulan selepas sesuatu anuiti dibeli. Premiumnya boleh dibayar sekali gus atau dengan membuat satu siri bayaran berkala sehingga persaraan.

Anuiti Serta-merta :
Anuiti serta-merta – pembayaran pendapatan bermula dalam tempoh 12 bulan selepas membeli pelan anuiti ini. Pelan ini sesuai untuk mereka yang hampir bersara.

Dalam topik ini, anuiti ialah satu siri bayaran atau deposit berkala, biasanya sama, yang dibuat pada selang-selang masa yang tertentu. Sebenarnya anuiti digunakan dalam semua bidang perniagaan dan perdagangan. Pinjaman juga biasanya dijelaskan dengan anuiti. Begitu juga dengan tabung pelaburan.

Contoh-contoh anuiti ialah bayaran premium atau insurans, bayaran sewa rumah, bayaran ansuran kerana pembelian sewa beli dan sebagainya.Pengiraan anuiti berbeza dengan pengiraan faedah kompaun kerana anuiti melibatkan **bayaran berkala** sementara faedah kompaun dikira ke atas **satu amaun prinsipal** sahaja.

Dalam Tajuk 2, kita mengira nilai masa depan (Future value, FV) ke atas satu amaun yang dilaburkan hari ini, atau kita menentukan nilai kini (Present value, PV) ke atas sejumlah wang yang akan diterima pada masa depan.

Terdapat jenis anuiti yang berbeza :

Anuiti Biasa (*Ordinary annuity*) bayaran-bayaran dibuat pada setiap ***akhir*** masa faedah kompaun.

Anuiti Matang (*Annuity due*) bayaran dibuat pada awal masa faedah/bayaran

Amaun Anuiti / Nilai Masa Depan Anuiti (Future Value of Annuity, FV_A)

Amaun anuiti (FV_A), adalah hasil tambah amaun kompaun untuk kesemua bayaran yang dikumpulkan sehingga ke akhir tempoh anuiti. Sebagai contoh, satu anuiti RM100 yang dibayar pada setiap penghujung tahun selama 5 tahun dan nilai wang ialah 5 % (efektif), maka

	RM100	RM100	RM100	RM100	RM100
0	1	2	3	4	5
	S_4	S_3	S_2	S_1	S_0

$$
\begin{aligned}
S_0 &= 100(1 + 0.05)^0 = 100.00 \\
S_1 &= 100(1 + 0.05)^1 = 105.00 \\
S_2 &= 100(1 + 0.05)^2 = 110.25 \\
S_3 &= 100(1 + 0.05)^3 = 115.76 \\
S_4 &= 100(1 + 0.05)^4 = \underline{121.55\ +} \\
\text{Amaun} &= \underline{\text{RM}552.56}
\end{aligned}
$$

Amaun anuiti (FV_A), adalah hasil tambah bagi S_0, S_1, S_2, S_3, dan S_4. Dalam contoh ini, bayaran RM100.00 yang pertama perlu dikompaunkan sebanyak 4 kali sehingga ke tahun ke-5, sementara bayaran RM100 yang ke-2 dikompaunkan sebanyak 3 kali, bayaran yang ke-3 dikompaunkan sebanyak 2 kali dan bayaran ke-4 dikompaunkan sebanyak sekali. Tetapi bayaran ke-5 tidak dikompaunkan sebab bayaran dibuat pada hujung tahun. Jumlah S adalah satu siri bayaran dan boleh juga ditulis dalam bentuk janjang iaitu :

$$
\begin{aligned}
S &= S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 \\
&= 100(1.05)^0 + 100(1.05)^1 + 100(1.05)^2 + 100(1.05)^3 + 100(1.05)^4 \\
&= \text{RM}552.56
\end{aligned}
$$

Rumus untuk Amaun Anuiti (FV_A)

Untuk mendapatkan rumus am mengira anuiti, contoh di atas adalah dirujuk.

$$
\begin{aligned}
S &= S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \ldots\ldots + S_{n-1} \\
&= 100(1.05)^0 + 100(1.05)^1 + 100(1.05)^2 + 100(1.05)^3 + 100(1.05)^4 + \ldots. + 100(1.05)^{n-1}
\end{aligned}
$$

dengan n adalah jumlah sebutan bayaran yang dibuat

Jika diandaikan bayaran anuiti, R = 100, kadar faedah, i = 5% = 0.05 dan n adalah bilangan sebutan, maka amaun anuiti, S boleh ditulis secara am sebagai :

$$\boxed{S = R(1 + i)^0 + R(1 + i)^2 + R(1 + i)^3 + \ldots.+R(1 + i)^{n-1}}$$

Ini merupakan satu janjang geometri dengan sebutan pertama adalah $R(1 + i)^0 = R$, nisbah sepunya = (1 + i) dan n bilangan sebutan.

Oleh kerana r = (1 + i) adalah lebih daripada 1, maka secara amnya, amaun S untuk satu-satu anuiti adalah,

$$S = \frac{R\,(1+i)^n-1}{(1+i)-1}$$

$$= \frac{R\,(1+i)^n-1}{i}$$

dengan R = bayaran berkala setiap tempoh
i = kadar faedah kompaun setiap tempoh
n = bilangan tempoh bayaran

Nota :

Nilai $S_{n\urcorner i}$ (Notasi Aktuari) ini boleh didapati daripada **Jadual Faktor** iaitu Jadual Amaun Untuk $1 untuk Faedah Kompaun/*Future Value of an Ordinary Annuity of $1*, ($FV_A = R\,\frac{(1+i)^n-1}{i}$).

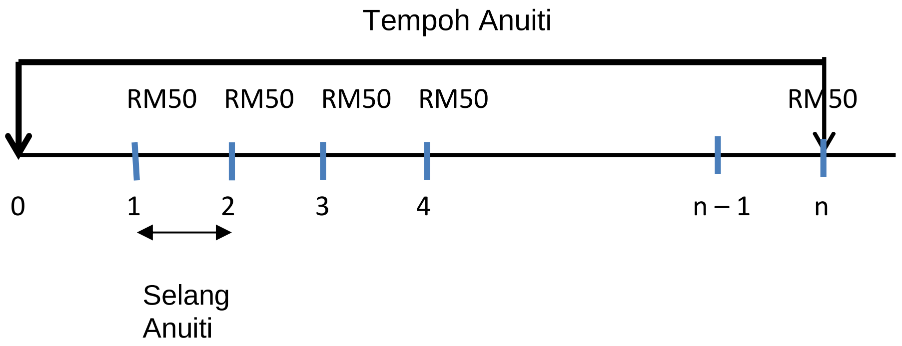
Penggunaan jadual menjimatkan masa mengira faktor $S_{n\urcorner i} = \frac{(1+i)^n-1}{i}$.

3.1.3 Perbezaan Antara Anuiti dan Faedah Kompaun

Secara am, **anuiti** merujuk kepada satu siri pembayaran atau simpanan tunai yang seragam dibayar pada selang masa yang sama untuk satu tempoh yang tertentu. Penerimaan RM500 di akhir setiap tahun sepanjang 10 tahun, gaji bulanan, bayaran balik pinjaman kereta/rumah, potongan gaji bulanan untuk simpanan Kumpulan Wang Simpanan Pekerja (KWSP) boleh digolongkan dalam anuiti.

Faedah kompaun adalah faedah yang diperolehi daripada faedah. Bagi simpanan yang melebihi tempoh satu tahun, faedah bagi tahun kedua adalah berdasarkan amaun yang terkumpul pada akhir tahun pertama, faedah pada tahun ketiga pula berdasarkan jumlah yang terkumpul pada akhir tahun kedua dan seterusnya.

Anuiti melibatkan faedah kompaun di mana bayaran berkala dibuat dalam sesuatu tempoh masa. Dalam pengiraan faedah kompaun, sejumlah wang yang tertentu dilaburkan dan faedah akan dikira berdasarkan jumlah pembayaran atau simpanan dan faedah.



Rajah 3. 2 *Faedah Kompaun*

Jadual 3.1 menunjukkan aliran tunai untuk kedua-dua anuiti biasa dan anuiti matang. Kedua-dua anuiti mempunyai jumlah sebanyak RM3000. Tetapi untuk anuiti matang, aliran tunai diterima lebih awal daripada anuiti biasa. Oleh itu jika dikirakan dari aspek nilai masa depan, anuiti matang dijangka sudah tentu memberi nilai depan yang lebih tinggi dari anuiti biasa.

Jadual 3. 1 Perbandingan anuiti biasa dan anuiti matang

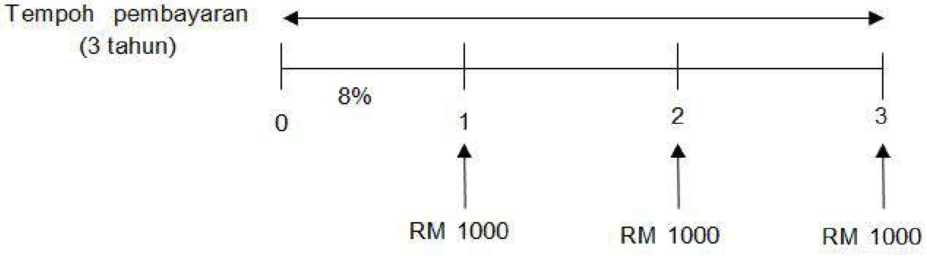
Tempoh (Tahun)	**Aliran tunai tahunan**	
	Anuiti biasa (RM)	**Anuiti matang (RM)**
0	0	1000
1	1000	1000
2	1000	1000
3	1000	1000
4	1000	1000
5	1000	0
Jumlah	5000	5000

3.2 Anuiti Biasa (Anuiti Serta Merta)

Anuiti biasa juga dikenali sebagai anuiti serta merta. Anuiti biasa adalah anuiti yang berlaku pada setiap akhir tempoh pembayaran atau penerimaan tunai. Contoh anuiti biasa adalah seperti cukai pintu, cukai tanah, pelan anuiti persaraan, pembayaran balik pinjaman bank dan sebagainya.

Contoh Anuiti Biasa :

Pembayaran RM1000 pada setiap akhir tahun selama 3 tahun dengan kadar faedah tahunan 8%.



Rajah 3. 3 Anuiti Biasa

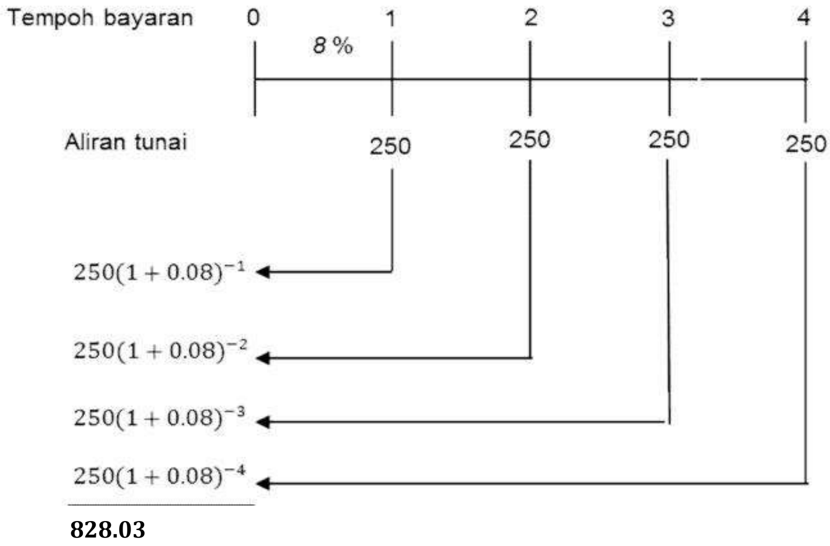
3.2.1 Nilai Kini Anuiti Biasa

Nilai kini anuiti biasa bermaksud jumlah penyimpanan atau pelaburan sejumlah wang sekarang secara berkala pada satu kadar faedah tertentu dalam satu tempoh tertentu bagi menyamai jumlah masa akan datang. Proses mencari nilai kini disebut sebagai pendiskaunan.

Contoh 3.1 :

Berapakah nilai kini bagi satu siri aliran tunai sebanyak RM250 bagi setiap akhir tahun selama 4 tahun dengan kadar faedah yang ditentukan sebanyak 8% setahun?

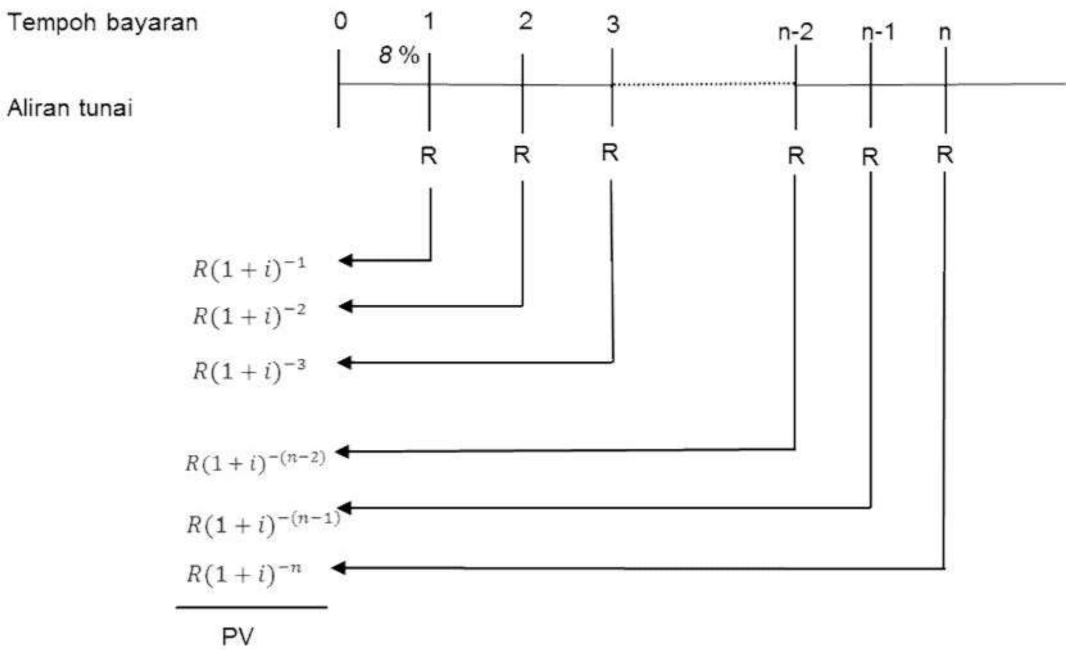
Penyelesaian (Cara 1 – Garis masa) :



Penyelesaian (Cara 2 – Penggunaan rumus) :

Katakan:

R = RM250
i % = 0.08
n = 4
PV = nilai kini anuiti



Oleh itu dengan merujuk rajah nilai kini anuiti di atas, didapati:

$$PV = R(1+i)^{-1} + R(1+i)^{-2} + R(1+i)^{-3} + \ldots + R(1+i)^{-(n-2)} + R(1+i)^{-(n-1)} + R(1+i)^{-n}$$

$$PV = R[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \ldots + (1+i)^{-(n-2)} + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n}]$$

$$PV = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Oleh itu,

$$\begin{aligned} PV &= R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \\ &= 250\left[\frac{1-(1+0.08)^{-4}}{0.08}\right] \\ &= 250\left[\frac{1-(1.08)^{-4}}{0.08}\right] \\ &= RM828.03 \end{aligned}$$

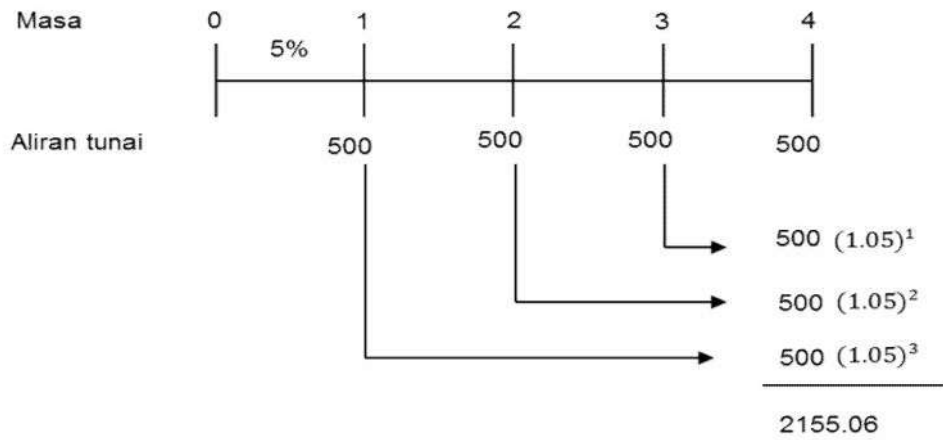
3.2.2 Nilai Depan Anuiti Biasa

Nilai depan anuiti biasa bermaksud amaun yang terkumpul di masa depan hasil daripada siri pembayaran atau penerimaan dalam jumlah yang sama yang dibuat pada akhir setiap tempoh untuk beberapa tahun yang tertentu termasuk faedah yang diperolehi. Nilai depan adalah nilai sejumlah wang yang terkumpul pada masa akan datang bagi sejumlah wang hari ini. Nilai depan anuiti adalah amaun yang terkumpul di masa depan hasil daripada satu siri aliran tunai yang seragam berlaku pada selang jangka masa yang sama berdasarkan kadar faedah tertentu.

Contoh 3.2 :

Syarikat BB bercadang untuk melabur RM500 ke dalam akaun simpanan pada penghujung setiap tahun selama 4 tahun bermula setahun dari sekarang. Pihak pengurusan menjangkakan kadar pulangan sebanyak 5% ke atas akaun simpanan tersebut. Kirakan amaun yang akan terkumpul dalam akaun tersebut pada akhir tahun ke-4.

Penyelesaian (Cara 1 – Garis masa) :



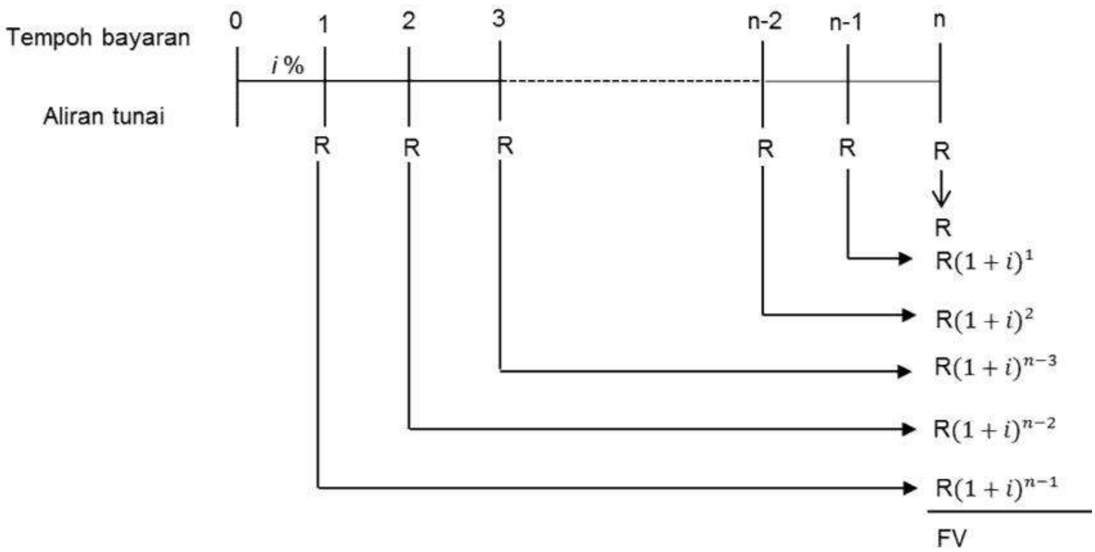
Nilai depan = $500(1.05^3) + 500(1.05^2) + 500(1.05^1) + 500$

(tiada peningkatan bagi nilai depan kerana wang didepositkan pada akhir tahun 4)

Penyelesaian (Cara 2 – Penggunaan rumus) :

Katakan :

R	=	amaun setiap bayaran anuiti
i %	=	kadar faedah
n	=	bilangan bayaran anuiti
FV	=	nilai depan anuiti



Oleh itu dengan merujuk rajah nilai depan anuiti diatas, didapati:

FV = $R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-3} + ... + R(1+i)^2 + R(1+i)^1$

FV = $R[1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + (1+i)^3 + ... + (1+i)^{n-3} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}]$

$$FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Oleh itu,

$$\begin{aligned} FV &= R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \\ &= 500\left[\frac{(1+0.05)^4 - 1}{0.05}\right] \\ &= 500\ (4.3101) \\ &= \text{RM}2155.05 \end{aligned}$$

Contoh 3.3 :

Seorang pelabur mendepositkan RM1000 dalam satu institusi perbankan. Bayaran dibuat setiap hujung tahun. Sekiranya wang yang didepositkan menerima faedah kompaun 6% setahun, berapakah jumlah yang diterima di penghujung 10 tahun? [diberi $1.06^{10} = 1.7908$]

Penyelesaian (Penggunaan rumus) :

Katakan :

R = RM1000

i = 6% = 0.06

n = 10

Oleh itu,

$$\begin{aligned} FV &= R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \\ &= 1000\left[\frac{(1+0.06)^{10} - 1}{0.06}\right] \\ &= 1000(13.18) \\ &= \text{RM}13\ 180 \end{aligned}$$

Contoh 3.4 :

Tentukan amaun anuiti jika RM400 didepositkan pada hujung setiap suku tahun untuk tempoh selama 2 tahun dengan kaedar faedah 9% setahun dikompaunkan setiap suku tahun.

Penyelesaian (Penggunaan rumus) :

Katakan :

R = RM400

$i = \frac{0.09}{4} = 0.0225$

$n = 2 \times 4 = 8$

Oleh itu,

$$FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$= 400\left[\frac{1.0225^8 - 1}{0.0225}\right]$$

$$= RM3463.66$$

Contoh 3.5 :

Berapa tahun diperlukan untuk En Ali mengumpul RM30 000 sekiranya dia menyimpan RM1500 setahun dengan kadar faedah 9%?

Penyelesaian (Penggunaan rumus) :

Katakan :

R = RM1500

i =r = 0.09

FV= 30 000

Oleh itu,

$$30\,000 = 1500\left[\frac{1.09^n - 1}{0.09}\right]$$

$$1.09^n = 2.8$$

$$n \log 1.09 = \log 2.8$$

$$n = 11.957$$

12 tahun diperlukan untuk mengumpul amaun sebanyak RM30 000

Contoh 3.6 :

Kiki memerlukan tabungan bernilai RM10 000 untuk menjelaskan yuran pengajian memasuki universiti dalam masa 7 tahun. Berapakah yang perlu disimpan pada akhir setiap tahun pada kadar 8% untuk membolehkan dia memulakan pengajian?

Penyelesaian (Penggunaan rumus) :

$$FV_n = R\left[\sum_{t=0}^{7-1}(1+i)^t\right]$$

$$RM10000 = R\left[\begin{array}{l}(1+0.08)^6+(1+0.08)^5+(1+0.08)^4+(1+0.08)^3+(1+0.08)^2 \\ +(1+0.08)^1+(1+0.08)^0\end{array}\right]$$

$$10000 = R(8.9228)$$

$$R = RM1120.72$$

Ini bermakna Kiki perlu menyimpan sebanyak RM1120.72 setiap akhir tahun selama 7 tahun untuk mengumpul RM10 000 pada akhir tahun ketujuh.

Contoh 3.7 :

Juliza hendak membeli suatu anuiti RM2000 setahun selama 5 tahun. Sebuah syarikat menawarkan kepadanya suatu anuiti dengan bayaran setiap akhir tahun dinaikkan 5%, iaitu bayaran pertama RM2000(1 + 5%)^1, bayaran ke-2, RM2000(1 + 5%)^2 dan bayaran seterusnya.

Cari nilai kini anuiti dengan kadar faedah 10%.

Penyelesaian (Cara 1 Penggunaan Garis masa) :

FV_A	1	2	3	4	5
FV_A	2000(1.05)^1	2000(1.05)^2	2000(1.05)^3	2000(1.05)^4	2000(1.05)^5

$$FV_A = \frac{2000(1.05)}{(1+10\%)}+\frac{2000(1.05)^2}{(1+10\%)^2}+\frac{2000(1.05)^3}{(1+10\%)^3}+\frac{2000(1.05)^4}{(1+10\%)^4}+\frac{2000(1.05)^5}{(1+10\%)^5}$$

= 1909.09 + 1822.31+ 1739.48 + 1660.41 + 1584.94

= RM8716.23

Penyelesaian (Cara 2 Penggunaan Rumus) :

Sebutan pertama , $T_{1;}$

$$\frac{2000(1.05)}{(1+10\%)} = 1909.09$$

Nisbah sepunya = $\frac{1.05}{1.1} = 0.9545$

n = 5

Maka :

$$J_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

$$J_n = \frac{1909.09(1-0.9545^5)}{(1-0.9545)} = RM\,8716.24$$

Penyelesaian (Cara 3 Penggunaan Rumus) :

$$FV_A = 2000\left[\frac{1.05}{1.1} + \frac{1.05^2}{1.1^2} + \frac{1.05^3}{1.1^3} + \frac{1.05^4}{1.1^4} + \frac{1.05^5}{1.1^5}\right]$$

Katakan ;

$$(1+i)^{-1} = \frac{1.05}{1.1}$$

Maka, i = 0.04762

Kita juga boleh menulis A sebagai ;

$$FV_A = 2000\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + (1+i)^{-4} + (1+i)^{-5}\right]$$

Dengan guna rumus nilai kini anuiti

$$FV_A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] = 2000\left[\frac{1-(1+0.04762)^{-5}}{0.04762}\right]$$

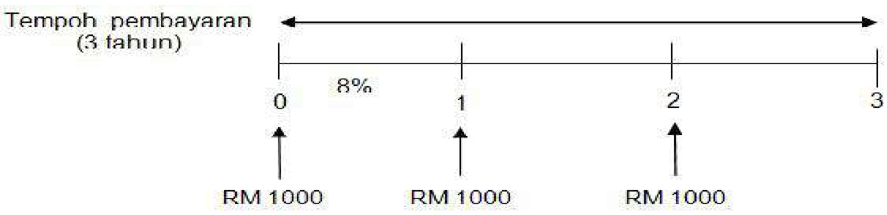
FV_A = RM 8716.22

3.3 Anuiti Matang

Anuiti matang juga dikenali sebagai anuiti cukup tempoh. Anuiti matang berlaku di setiap awal tempoh pembayaran atau penerimaan tunai. Contoh seperti bayaran sewa rumah yang dibayar sebelum menduduki premis dan sebagainya.

Contoh Anuiti Matang :

Pembayaran RM1000 pada setiap awal tahun selama 3 tahun dengan kadar faedah tahunan 8%.



Rajah 3. 4 Anuiti Matang

3.3.1 Nilai Kini Anuiti Matang

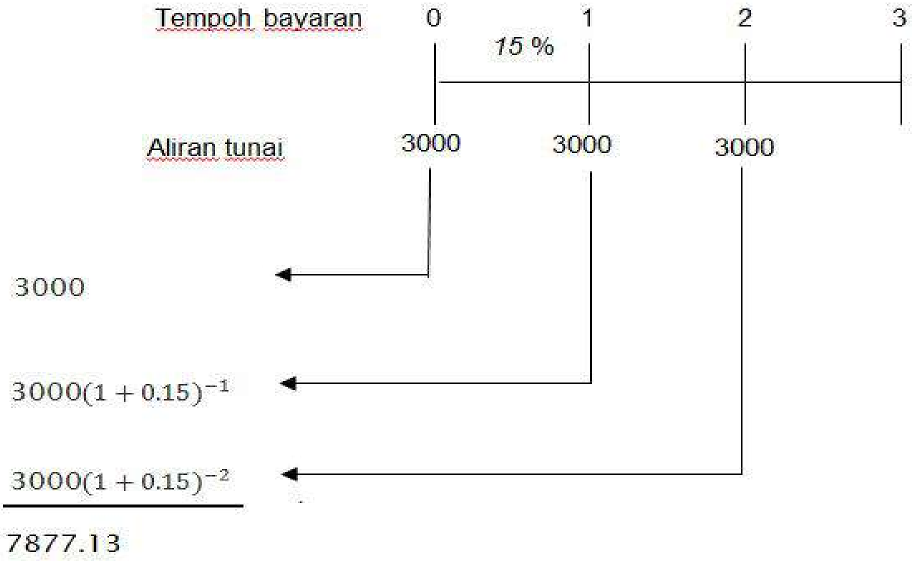
Bagi mendapatkan nilai kini untuk anuiti matang, pengubahsuaian perlu dilakukan. Aliran tunai nilai anuiti matang bermula pada awal tempoh pertama, maka nilai kini yang diperoleh dengan kiraan atau jadual faktor yang akan memberikan nilai satu tempoh lebih awal daripada nilai sekarang. Nilai tersebut perlu didarabkan dengan (1 + i) , seperti mana yang dilakukan bagi nilai depan anuiti matang. Formula umum untuk nilai kini anuiti matang adalah :

$$PV_A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Contoh 3.8 :

Katakan hari ini adalah 1 Januari. Kamal bercadang untuk menabung hari ini dan mengeluarkan jumlah yang sama dari tabungannya pada awal setiap tahun selama 3 tahun bermula tahun ini bagi tujuan membayar yuran pengajiannya di universiti. Yuran yang perlu dikeluarkan pada awal setiap tahun tersebut adalah sebanyak RM3000 dan tabungan tersebut memberi keuntungan pada kadar 15% setahun. Berapakah Kamal perlu menabung hari ini bagi tujuan tersebut?

Penyelesaian (Cara 1 – Garis masa) :



Penyelesaian (Cara 2 – Penggunaan rumus) :

Katakan:

R = RM3000

i % = 15%= 0.15

n = 3

PV = nilai kini anuiti

Oleh itu,

$$PV = R\left[\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1\right]$$

$$PV = 3000\left[\frac{1-(1+0.15)^{-2}}{0.15} + 1\right]$$

$$= RM7877.13$$

Contoh 3.9 :

Cari nilai masa kini bagi anuiti matang RM1000 setahun dibayar selama 2 tahun pada kadar faedah 5% setahun.

Penyelesaian (Penggunaan rumus) :

Katakan:

R = RM1000

i = 5%

n = 2

PV = nilai kini anuiti

Oleh itu,

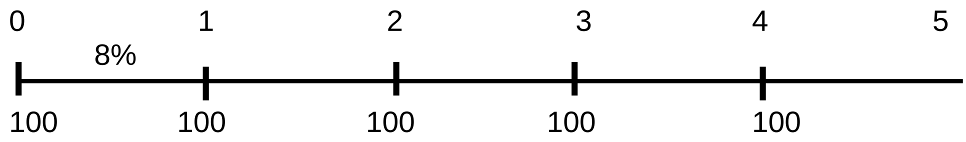
$$PV = R\left[\frac{(1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1\right]$$

$$PV = 1000\left[\frac{(1-(1+0.05)^{-1}}{0.05} + 1\right]$$

$$= RM1952.38$$

3.3.2 Nilai Depan Anuiti Matang

Andainya sesuatu anuiti itu adalah anuiti matang, ini bermakna aliran tunai sebanyak RM100 akan diterima pada awal setiap tahun. Aliran tunai bagi anuiti ini adalah seperti berikut :



Apabila mencari nilai depan anuiti dengan menggunakan jadual, nilai yang diperolehi adalah nilai pada waktu aliran tunai terakhir berlaku. Masa tersebut adalah pada akhir tahun keempat atau awal tahun kelima. Ini adalah kerana jadual $FVIFA_{i,n}$ telah dibentuk dengan andaian aliran tunai berlaku pada akhir setiap tempoh. Untuk mendapatkan nilai pada akhir tahun kelima, nilai yang diperoleh tadi perlu dibawa setahun ke hadapan dengan mendarabkannya dengan *(1+i)* . Sehubungan itu, rumus umum bagi nilai depan anuiti matang *(anuiti due)* pada akhir tempoh *n* adalah seperti berikut :

$$FV_n(AnuitiDue) = PMT(FVIFA_{i,n})(1+i)$$

Nilai depan bagi anuiti matang RM100 untuk tempoh 5 tahun pada kadar 8% boleh ditentukan seperti berikut :

$$FV_5 = RM100(FVIFA_{8\%,5})(1+0.08)$$
$$= RM100(5.8666)(1.08)$$
$$= RM633.59$$

Aktiviti :

1. Sekiranya anda seorang pengurus bank, bincangkan apakah strategi anda dalam menarik lebih ramai pelanggan untuk membuat deposit dan melabur di bank anda?

2. Bincangkan bagaimana nilai kini sejumlah wang pada masa depan katakanlah RM100 boleh ditingkatkan.

Nota :

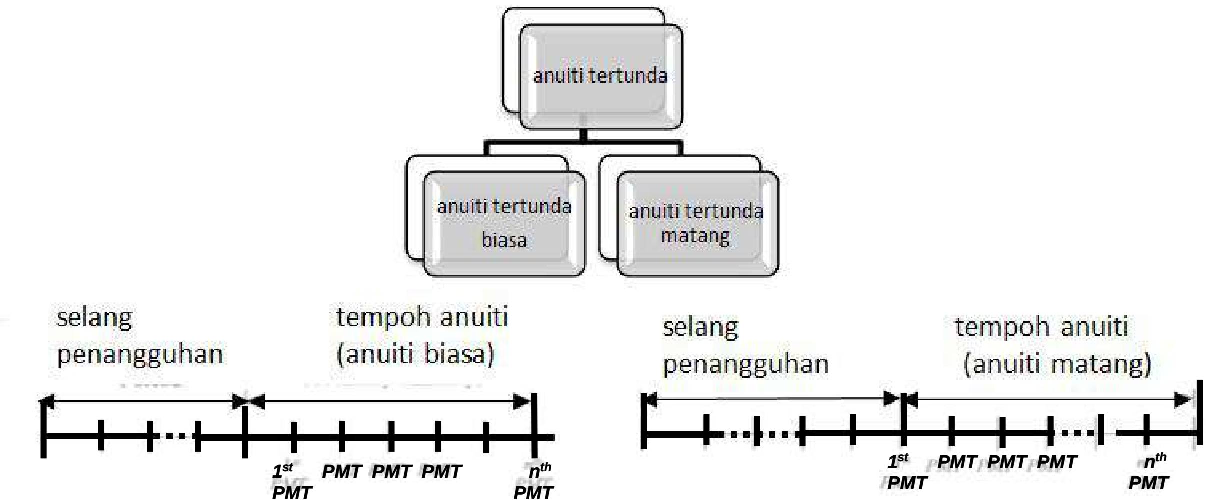
Perlu diingat bahawa kadangkala jawapan yang diperolehi berbeza-beza dengan kaedah pengiraan yang berbeza. Ini kerana bilangan titik perpuluhan yang berbeza digunakan. Walau bagaimanapun, perbezaan itu tidak ketara dan kedua-dua jawapan boleh diterima pakai.

3.4 Anuiti Tertunda

Anuiti tertunda merupakan bayaran anuiti yang tidak bermula dengan serta-merta tetapi pada akhir tempoh yang ditetapkan iaitu tempoh tertunda. Bayaran berkala yang pertama dilakukan selepas tempoh tertunda. Bagi anuiti tertunda premium bayaran boleh dibuat sekaligus atau bayaran dibuat setiap bulan. Antara contoh anuiti tertunda yang sesuai adalah pinjaman pendidikan yang ditawarkan oleh sebuah bank.
Anuiti tertunda adalah anuiti di mana bayaran pertama dibuat selepas selang masa penangguhan, atau dikenal sebagai tempoh penangguhan. Tempoh penangguhan adalah selang masa daripada *sekarang kepada masa awal tempoh anuiti*. Bayaran akan bermula lebih dari 12 bulan selepas anda membeli anuiti. Individu yang membeli anuiti jenis ini pada sepanjang tempoh bekerja untuk menjadikannya pendapatan persaraan di kemudian hari.

Anuiti tertunda biasa – jika tempoh penangguhan tamat, satu bayaran dibuat sebelum bayaran berkala pertama, ini dikenal sebagai anuiti tertunda biasa.

Anuiti tertunda matang - jika tempoh penangguhan tamat pada awal bagi bayaran berkala pertama, ini dikenal sebagai anuiti tertunda matang.

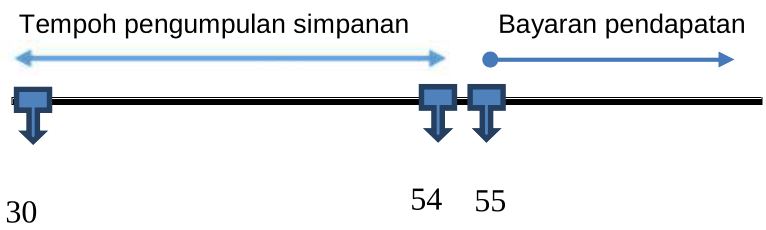


Rajah 3. 5 Anuti Tertunda

Anuti tertunda matang boleh berubah menjadi anuiti tertunda biasa jika tempoh penangguhan dipendekkan dengan satu tempoh bayaran. Dengan berbuat demikian, bayaran yang dibuat di awal setiap bayaran tempoh ansuran. PMT adalah *"payment per month"* juga bermaksud R iaitu "*repayment".*

Contohnya, sebuah bank memberikan pinjaman sebanyak RM30 000 yang perlu dibayar secara berjadual sebanyak 20 kali ansurans tahunan di mana peminjam perlu membayar pinjaman selepas tamat sesuatu tempoh seperti tahun yang kelima selepas tamat belajar. Ansuran yang pertama dibayar pada tahun yang ke-6 dan yang terakhir adalah pada tahun yang ke-25. Ini bermaksud pembayaran balik ditangguhkan sehingga tamat sesuatu tempoh kontrak.

Contoh lain yang sesuai adalah pinjaman anuiti persaraan di mana peminjam akan dibayar siri pendapatan selepas tempoh pengumpulan simpanan. Sebagai contoh, Anne membeli satu anuiti tertunda pada usia 30 tahun, yang akan memulakan pembayaran pendapatan pada umur 55 tahun. Dia boleh memilih sama ada untuk membayar premium sekali gus pada umur 30 tahun atau membuat bayaran premium setiap tahun sehingga mencapai umur 54 tahun. Premium yang dibayar sekaligus pada umur 30 tahun adalah lebih rendah berbanding dengan yang perlu dibayar sekiranya anda membeli anuiti serta merta pada umur 54 tahun. Ini kerana premium yang dibayar pada umur 30 tahun akan dilaburkan oleh syarikat insurans dalam tempoh pengumpulan simpanan (Rajah 3.4).



Rajah 3. 6 Anuiti Tertunda

3.4.1 Nilai Kini Anuiti Tertunda

Contoh 3.10 :

Satu anuiti bernilai RM1000 setahun selama 10 tahun, telah ditangguhkan bayarannya selama tiga tahun. Kirakan amaun dan nilai kini jika faedah bernilai 8% dikenakan ke atas anuiti tersebut.

Penyelesaian :

Amaun, $FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$ R = 1000, i = 0.08, n = 10

$$FV = 1000\left[\frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08}\right]$$

$$FV = 1000[14.48656] = RM14\,486.56$$

Nilai kini , $PV = \frac{R}{i}\left[(1+i)^{-m} - (1+i)^{-(m+n)}\right]$

$$PV = \frac{1000}{0.08}\left[(1+0.08)^{-3} - (1+0.08)^{-(3+10)}\right]$$

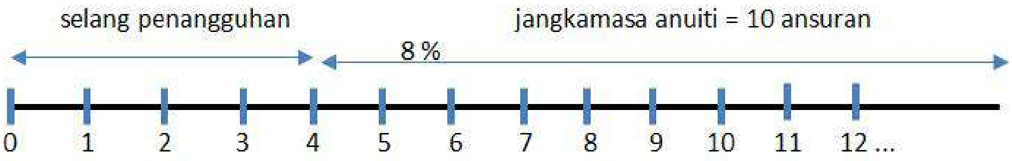
$$PV = 12500[0.7938] - [0.3677]$$

$$PV = 12500[\,0.4261] = RM5326.25$$

Contoh 3.11 :

Rama meminjam sejumlah wang dengan faedah berkompaun 8% setahun. Beliau membayar balik (pokok + faedah) dalam sepuluh ansuran iaitu RM1200 bagi setiap ansuran. Ansuran pertama di akhir tahun ke 5. Ansuran seterusnya di akhir tahun-tahun berikutnya. Cari jumlah wang yang dipinjam oleh Rama.

Penyelesaian :



Rajah 3. 7 Anuiti Tertunda

Selang penangguhan = 4 tahun , Bayaran berkala = RM1200
Bilangan ansuran = 10 , Kadar faedah = 8% = 0.08
Nilai kini bagi anuiti tertunda ;

$$PV = \frac{R}{i}\left[(1+i)^{-m} - (1+i)^{-(m+n)}\right]$$

$$PV = \frac{1200}{0.08}\left[(1+0.08)^{-4} - (1+0.08)^{-(4+10)}\right]$$

$$= \frac{1200}{0.08}\left[(1.08)^{-4} - (1.08)^{-14}\right]$$

$$= RM5918.53$$

Jumlah wang yang dipinjam Rama ialah RM5918.53

Contoh 3 .12 :

Tentukan nilai kini bagi satu anuiti yang melibatkan 60 bayaran ansuran bernilai RM150 setiap bayaran. Bayaran pertama dibuat pada akhir tahun ketiga dan nilai wang terkumpul dengan kadar faedah 12% setahun secara kompaun.

Penyelesaian :

Rajah 3.8 Anuiti Tertunda

Selang penangguhan, m = 2 thn 11 bulan = 35 ,

$$i = 12\% = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

$$PV = \frac{R}{i}\left[(1+i)^{-m} - (1+i)^{-(m+n)}\right]$$

$$PV = \frac{150}{0.01}\left[(1+0.01)^{-35} - (1+0.01)^{-(35+60)}\right]$$

$$= \frac{150}{0.01}\left[(1.01)^{-35} - (1.08)^{-95}\right]$$

$$= 15000(0.7059 - 0.3886)$$

$$PV = RM4759.50$$

$\therefore$ *Nilai kini adalah RM*4759.5

$\therefore$ *Jumlah wang dipinjam Rama ialah RM*5918.53

3.4.2 Nilai Depan Anuiti Tertunda

Contoh 3.13 :

Satu anuiti bernilai RM1000 setahun selama 10 tahun, telah ditangguhkan bayarannya selama tiga tahun. Kirakan amaun dan nilai kini jika faedah bernilai 8% dikenakan ke atas anuiti tersebut.

Penyelesaian :

Amaun, $FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$ R = 1000, *i* = 0.08, n = 10

$$FV = 1000\left[\frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08}\right]$$

$$FV = 1000[14.48656] = RM14\,486.56$$

Nilai kini , $PV = \frac{R}{i}\left[(1+i)^{-m} - (1+i)^{-(m+n)}\right]$

$$PV = \frac{1000}{0.08}\left[(1+0.08)^{-3} - (1+0.08)^{-(3+10)}\right]$$

$$PV = 12500[0.7938] - [0.3677]$$

$$PV = 12500[\,0.4261] = RM5326.25$$

Contoh 3.14 :

Nizam akan pencen dalam masa 30 tahun. Selepas pencen, beliau ingin mendapat RM1000 setiap tahun selama 20 tahun. Nizam ingin menerima bayaran pertama di akhir tahun ke-30. Dengan menggunakan kadar faedah 10%, berapakah amaun yang mesti Nizam laburkan hari ini ?

Penyelesaian (Cara Penggunaan rumus) :

Katakan:

R = amaun setiap bayaran anuiti
i % = kadar faedah
n = bilangan bayaran anuiti
PV = nilai kini anuiti

Oleh itu , PV $= R\left[\dfrac{1-\dfrac{1}{(1+i)^n}}{i}\right]\left[\dfrac{1}{(1+i)^m}\right]$

$$= 1000\left[\dfrac{1-\dfrac{1}{(1+0.1)^{20}}}{0.1}\right]\left[\dfrac{1}{(1+0.1)^{29}}\right]$$

= RM536.35

Contoh 3.15 :

Hitungkan jumlah siri bayaran anuiti setiap enam bulan sebanyak RM800 setiap satunya. Bayaran pertama dibuat pada akhir 6 tahun 6 bulan dan bayaran terakhir pada akhir tahun ke-14. Kirakan jumlah anuiti, jika nilai wang adalah 8% diberikan setiap enam bulan.

Penyelesaian :

Oleh kerana bayaran berkala dibuat selepas 6 tahun , ini dikenal sebagai anuiti tertunda.

Selang penangguhan adalah 6 tahun. Jangka masa anuiti adalah 8 tahun.

Bayaran dibuat setiap enam bulan = 2 x 8 = 16 siri bayaran

Kadar faedah tahunan = 8%

Kadar faedah yang dikompaun setiap enam bulan adalah

$$i = \frac{r}{2} = \frac{8}{2} = 4\% = 0.04$$

Bayaran ansuran , R = RM800

Nilai depan amaun bagi anuiti tertunda ,

$$FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$FV = 800\left[\frac{(1+0.04)^{16} - 1}{0.04}\right]$$

$$FV = 800\left[\frac{1.87298-1}{0.04}\right]$$
$$= 800(21.8245)$$
$$= RM17\ 459.60$$

Nilai depan anuiti adalah RM 17 459.60

Contoh 3.16 :

Mimi diterima masuk untuk melanjutkan pelajarannya di UNIKES. Beliau memerlukan RM15 000 setiap enam bulan (bermula enam bulan dari sekarang) selama tiga tahun untuk membayar wang yuran pengajian dan perbelanjaan hariannya. Tabung PAMA akan menanggung perbelanjaan Mimi. Berapakah amaun yang patut dimasukkan hari ini jika PAMA melabur dengan kadar faedah tahunan 6% dikompaunkan setiap setengah tahun ?

Penyelesaian (Cara Penggunaan rumus) :

Katakan:

R = amaun anuiti ; RM15 000

i % = kadar faedah ; $\frac{6\%}{2} = 3\%$

n = bilangan bayaran anuiti ; 2 x 3 = 6

PV = nilai kini anuiti

Oleh itu,

$$PV = R\left[\frac{1-\frac{1}{(1+i)^n}}{i}\right]$$

$$= 15000\left[\frac{1-\frac{1}{(1+0.03)^6}}{0.03}\right]$$

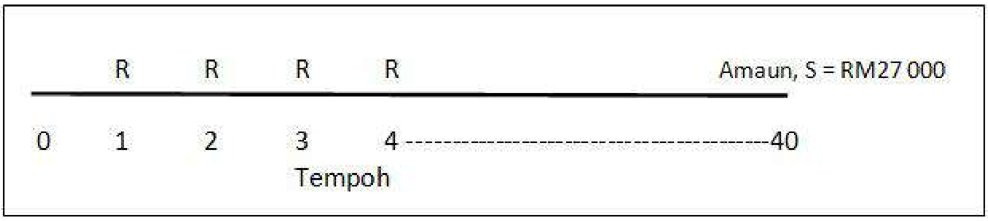
$$= RM15\ 000(5.4183)$$

$$= RM81\ 274.50$$

Contoh 3.17 : Mencari Bayaran Berkala, R

Apakah bayaran berkala suku tahunan untuk satu simpanan yang memberi 8 peratus dikompaunkan setiap tiga bulan untuk anuiti yang bertempoh 10 tahun yang akan berjumlah RM27 000 selepas pembayaran terakhir dibuat.

Penyelesaian :



Diberi,

$FV_A = 27\ 000$
$i = \frac{8\%}{4} = 0.02$
$n = 10 \times 4 = 40$
$FV_A = R[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$

$27\ 000 = R[\frac{(1+0.02)^{40} - 1}{0.02}]$

$= R\ (60.40198318)$

$R = \frac{27\ 000}{60.40198318}$

$= RM447.01$

Jadi, bayaran berkala suku tahunan adalah RM447.01

Contoh 3.18 :

Bob perlu meminjam RM5000 bagi membiayai pelajarannya. Syarikat A mengenakan kadar faedah sebanyak 9% ke atas pinjamannya yang perlu dibayar setiap tahun selama lima tahun. Bagi jumlah pinjaman yang sama, Syarikat B pula memerlukan Bob membayar RM319 setiap tahun juga selama lima tahun. Di syarikat manakah yang Bob perlu pilih untuk membuat pinjaman tersebut ?

Penyelesaian (Cara 1 Penggunaan rumus) :

Katakan:

Syarikat A : RM5000 = R ($PVIFA_{9\%,5}$)

$$5000 = R\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+0.09)^5}}{0.09}\right]$$

$$5000 = R\left[\frac{0.3500}{0.09}\right]$$

$$R = \frac{5000}{3.8895}$$

$$R = 1285.51$$

Bayaran di Syarikat A setiap tahun adalah RM1285.51.

Syarikat B : Bayaran sebanyak RM1319 setiap tahun

Kesimpulan : Bob disarankan untuk membuat pinjaman di Syarikat A kerana bayaran tahunan RM1285.51 lebih rendah berbanding Syarikat B iaitu RM1319.

Penyelesaian (Cara 2 Penggunaan rumus) :

Syarikat A : Memberi pinjaman pada kadar 9%

Syarikat B : Berapakah nilai kadar pinjamannya ?

RM 5000 = RM1319 ($PVIFA_{k\%,\,5}$)

($PVIFA_{k\%,\,5}$) = $\dfrac{5000}{1319} = 3.79$

$$3.79 = \left[\frac{1 - \dfrac{1}{(1+k)^5}}{k}\right]$$

Nilai k = 10%

Kesimpulan : Kadar pinjaman di Syarikat A adalah 9% berbanding di Syarikat B di mana kadar faedah pinjaman 10%.

Latihan Kendiri 3.1 :

1.	Andaikan hari ini adalah 1 Januari 2017. Encik Samad bercadang untuk melabur sebanyak RM300 pada akhir setiap tahun selama 5 tahun bermula setahun dari sekarang. Kadar pulangan adalah 8% setahun. Berapakah jumlah yang terkumpul pada akhir tahun ke-5? . *[RM1759.98]*
2.	Katakan anda bercadang melabur RM400 ke dalam akaun simpanan pada penghujung setiap tahun selama 10 tahun bermula dari sekarang. Pihak bank menjangkakan kadar pulangan sebanyak 5% ke atas akaun tersebut pada tahun ke 10. Kirakan amaun yang akan terkumpul dalam akaun simpanan tersebut. *[RM5031.20]*
3	Anda mendepositkan sebanyak RM100 pada akhir setiap tahun selama 3 tahun secara berterusan dalam akaun yang membayar faedah tahunan sebanyak 10%. Berapakah nilai depan bagi anuiti ini? . *[RM331]*

4 Katakan Aminah melabur sebanyak RM600 pada setiap awal tahun selama 7 tahun. Jika pihak bank membayar kadar keuntungan sebanyak 6% setahun berapakah amaun yang terkumpul pada akhir tahun ke-7?

[RM5338.48]

5 Encik Kamal telah mendepositkan RM400 di awal setiap tahun. Sekiranya faedah ialah 14% setahun dikompaunkan setiap tahun, cari amaun anuiti selepas 10 tahun.

[RM88178.07]

6 Berapakah jumlah yang perlu dilaburkan setiap tahun pada kadar faedah berkompaun 8% setahun selama 10 tahun untuk mengantikan peralatan kilang yang kos jangkaan lebih 20% berbanding kos asal iaitu RM50 000.

[RM4145.08]

7 Anda membuat pinjaman perseorangan berjumlah RM15 000. Kadar faedah 4% setahun untuk tempoh 4 tahun. Berapakah bayaran ansuran tahunan?

[RM4132.35]

8 Andaian anda ingin melabur dalam satu pelaburan yang menjanjikan pulangan sebanyak RM500 pada penghujung setiap tahun selama tiga tahun. Maka, aliran tunai ini adalah berbentuk anuiti tiga tahun. Sekiranya kadar faedah adalah 10% , berapakah kos pelaburan tersebut?

[RM 1243.43]

9 Mimi memerlukan RM15 000 setiap tahun bagi tiga tahun akan datang untuk membayar yuran pengajian universiti. Dia perlukan RM15 000 tepat dalam masa setahun. Jika dia menyimpan wang tersebut dalam akaun simpanan yang menghasilkan 8% faedah yang dikompaunkan setiap tahun, berapakah yang Mimi perlu ada dalam akaunnya pada hari ini ?

[RM38 656.46]

10 Jimie membayar RM433.21 setiap bulan untuk satu pinjaman bernilai RM10 000 dengan kadar faedah 6% dikompaunkan secara bulanan. Cari bilangan bayaran yang perlu dibuat oleh Jimie ?

[n=24]

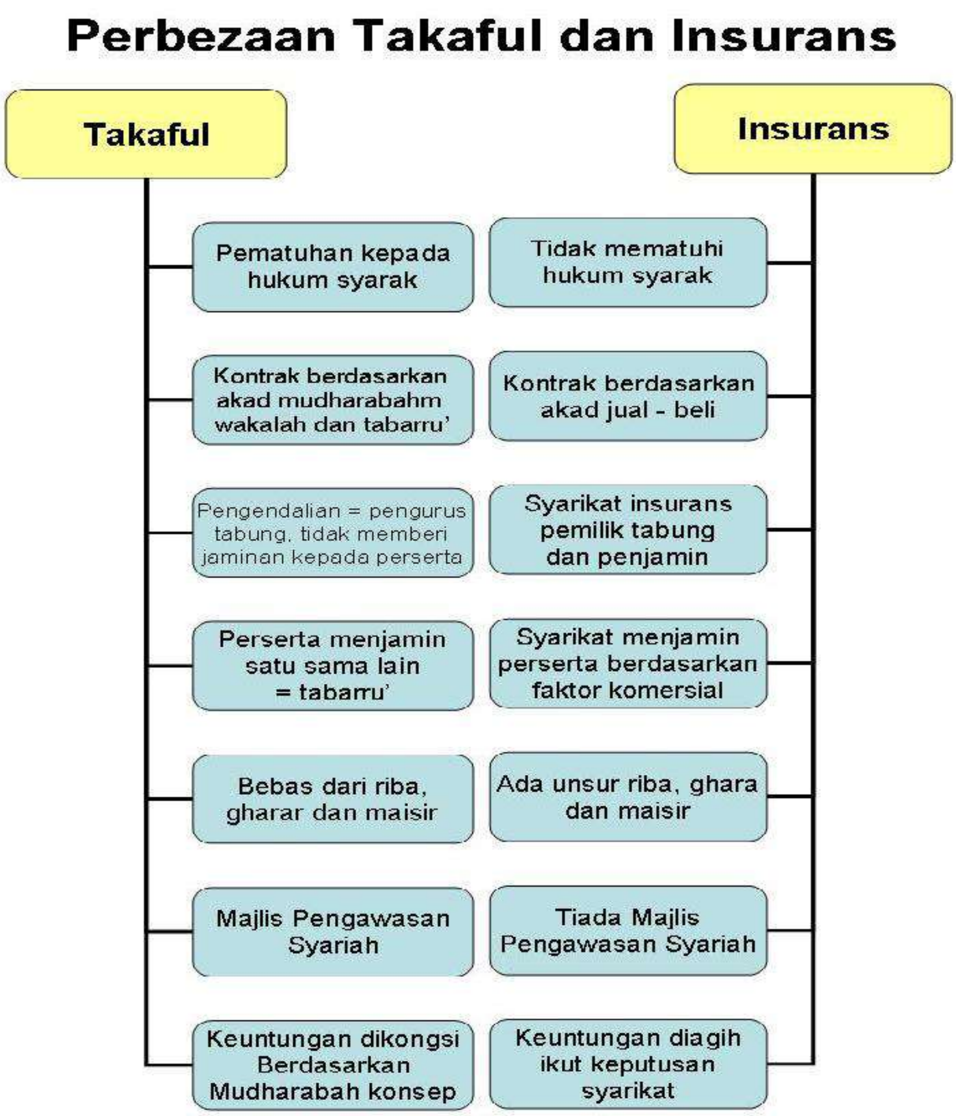
3.5 Membanding Dan Menilai Pelan

Seorang individu perlu sentiasa peka kepada pengurusan risiko terutama yang melibatkan pengurusan kewangan. Amat penting untuk setiap individu memahami keperluan diri dan membuat perbandingan dan penilaian ke atas pelan yang sesuai dengan matlamat utama pengurusan kewangannya. Terdapat banyak produk dalam industri insurans yang dikawal selia oleh Bank Negara Malaysia (BNM).Terdapat beberapa siri buku kecil dan anda boleh mengetahui lebih lanjut lagi dengan melayari laman web www.insuranceinfo.com.my.

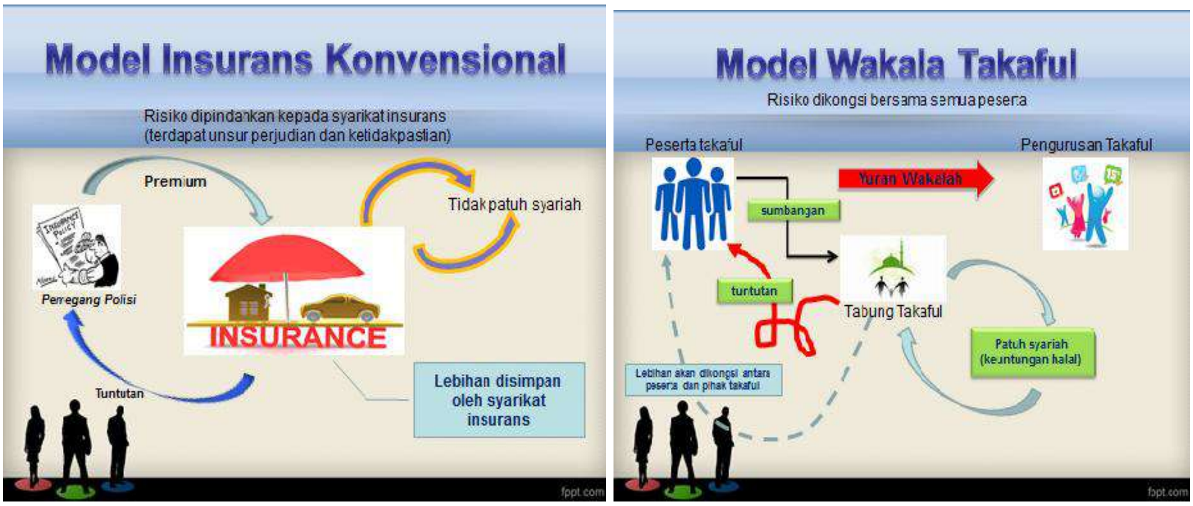
Secara umumnya, **insurans** adalah pemindahan risiko daripada seorang individu seperti anda, atau sebuah organisasi, seperti syarikat anda, kepada syarikat insurans. Anda atau syarikat anda akan dikenali sebagai pemegang polisi. Syarikat insurans akan menerima bayaran daripada anda dalam bentuk premium dan sekiranya anda mengalami sebarang kerugian atau kerosakan, syarikat insurans akan membayar pampasan kepada anda.

Takaful adalah pelan perlindungan berdasarkan prinsip Syariah. Dengan mencarum sejumlah wang ke dalam dana takaful dalam bentuk caruman penyertaan (tabarru'), anda memeterai kontrak (aqad) bagi membolehkan anda menjadi seorang peserta dengan bersetuju untuk saling membantu antara satu sama lain, sekiranya salah seorang peserta mengalami kerugian yang ditetapkan.

Kedua-dua insurans dan takaful mempunyai prinsip asas yang sama. Sebagai contoh, pemegang polisi (anda) mestilah mempunyai kepentingan yang sah terhadap barang atau hayat yang diinsuranskan. Ini bermakna, anda akan menanggung kerugian kewangan sekiranya berlaku sesuatu kerosakan atau kehilangan kepada harta benda atau hayat yang diinsuranskan.



Rajah 3. 9 Perbandingan Takaful dan Insurans



Rajah 3. 10 Konsep Model Takaful dan Insurans

Modul ini akan memberikan tumpuan hanya kepada tiga jenis produk iaitu endowmen tulen, anuiti dan insurans.

3.5.1 Endowmen Tulen (Pure Endowment)

Endowmen tulen adalah satu kontrak perjanjian insurans yang akan membayar kepada pemegang polisi jumlah yang dinyatakan jika dia bertahan dalam tempoh yang ditetapkan dengan apa-apa yang kena dibayar dalam hal sebelum berlakunya **kematian** pemegang polisi. Anuiti hayat ialah satu kontrak endowmen tulen dimana syarikat insurans akan menyediakan anda dengan pendapatan. Anda memberikan syarikat insurans wang anda kebenaran untuk mengurus, dan sebagai balasan mereka menyediakan anda dengan satu polisi.

Insurans endowmen adalah kontrak yang menggabungkan perlindungan dan tabungan. Wang manfaat atas insurans hayat yang direka akan dibayar sekali gus selepas tempoh tertentu (atas 'matang') atau pada hari kematian. Tempoh matang yang biasa adalah sepuluh, lima belas atau dua puluh tahun sehingga had umur tertentu. Beberapa dasar juga dikenakan ke atas polisi yang ditawarkan untuk beberapa kes penyakit kritikal. Sekiranya anda masih hidup apabila polisi matang, anda akan mendapat wang berkenaan; jika sebaliknya , wang itu akan diberi kepada penama anda.

Ciri-ciri Plan Endowmen :

- Perlindungan Kematian: Jika orang yang diinsuranskan meninggal dunia sebelum tempoh matang, manfaat kematian akan dibayar kepada penama / waris.
- Unsur Penjimatan: Selepas ditolak caj pentadbiran dan caj perlindungan kematian dari premium, jumlah baki dilaburkan oleh syarikat itu bagi pihak orang yang hayatnya diinsuranskan. Pulangan yang diperolehi kemudian dibayar kembali kepada individu yang diinsuranskan dalam bentuk bonus.
- Matlamat asas pelaburan: pelan insurans endowmen juga boleh dibuat bagi mengumpul wang untuk tujuan tertentu seperti persediaan pendidikan anak yang lebih tinggi atau perkahwinan dan lain-lain

- Pelan ini juga datang dalam pelbagai variasi. Sesetengah pelan mempunyai perlindungan kematian yang lebih tinggi daripada manfaat matang dan sebaliknya.
- Dalam sesetengah pelan manfaat matang adalah dua kali ganda perlindungan kematian, jenis ini pelan ini dikenali sebagai Pelan Insurans Endowmen Berganda.

Kelebihan

Polisi endowmen akan memberikan premium yang lebih tinggi daripada yang pada polisi insurans hayat konvensional secara keseluruhan dan insurans berjangka atau bertempoh , tetapi berguna dalam memenuhi keperluan khas seperti perbelanjaan kolej atau untuk membeli rumah selepas persaraan. Ini juga dikenali sebagai polisi hayat endowmen atau polisi endowmen.

Aktiviti :

1. Bagaimanakah risiko sesuatu aset kewangan diukur ?
2. Nyatakan dua langkah asas dalam menyelesaikan masalah berkaitan nilai masa wang.
2. Huraikan perbezaan utama antara insurans hayat penuh dan insuran hayat bertempoh secara grafik.

3.5.2 Anuiti

Anuiti adalah satu situasi di mana aliran tunai yang kita bayar atau terima merupakan amaun yang sama jumlahnya. Sebagai contoh bayaran pinjaman di mana peminjam akan membayar semula pinjaman dengan membuat satu siri bayaran yang sama untuk tempoh masa tertentu. Hampir semua jenis pinjaman pengguna (terutamanya pinjaman kenderaan dan perumahan) bersifat pembayaran yang seragam yang biasanya dibuat setiap bulan.

Secara amnya, siri aliran tunai yang sama berlaku pada selang masa yang tetap untuk bilangan tempoh masa yang tertentu dipanggil anuiti. Jika bayaran berlaku pada penghujung setiap tempoh masa, anuiti tersebut ialah anuiti biasa. Sebaliknya, jika bayaran berlaku pada permulaan tempoh masa, anuiti tersebut dipanggil anuiti matang.

Anuiti persaraan adalah suatu kontrak di mana syarikat insurans bersetuju untuk menyediakan anda dengan pendapatan yang berterusan untuk sepanjang hayat selepas tempoh pembayaran atau simpanan, sebagai balasan kepada caruman premium yang telah selesai dibayar.

3.5.3 Insurans

Insurans adalah satu instrumen kewangan yang akan melindungi anda daripada apa-apa kemungkinan seperti kematian atau kehilangan upaya, atau bencana ekonomi (pemberhentian kerja), tahap keupayaan anda semasa memenuhi keperluan dan komitmen kewangan tersebut. Terdapat perjanjian pembayaran balik dalam kes kehilangan; dibayar kepada orang atau syarikat yang begitu mengambil berat tentang bahaya yang mereka bakal hadapi dan telah membuat bayaran terdahulu kepada syarikat insurans.

Insurans hayat adalah perlindungan yang membayar sejumlah wang kepada pemegang polisi atau penama sekiranya terjadi sesuatu yang tidak diingini kepada pemegang polisi, seperti kematian. Perlindungan ini juga ditawarkan dalam bentuk pelan takaful keluarga, sebuah pelan perlindungan untuk anda dan keluarga yang berlandaskan prinsip Syariah.

Insurans berbentuk insurans hayat menyediakan satu siri pembayaran sejumlah wang yang dinyatakan secara langsung kepada pemegang polisi pada tarikh yang ditetapkan atau benefisiarinya telah mati sebelum tarikh yang dinyatakan dalam polisi ini. Lazimnya, tempoh perlindungan insurans hayat adalah lebih dari setahun. Ini bermakna bayaran premium adalah secara berkala, sama ada bulanan, suku tahunan atau tahunan, perlu dijelaskan.

Risiko yang dilindungi dalam insurans hayat adalah :

- Kematian dalam tempoh polisi
- Pendapatan semasa tempoh persaraan
- Penyakit kritikal dalam tempoh polisi
- Hilang upaya kekal

Rujuk : http://www.insuranceinfo.com.my/

Antara produk utama insurans hayat adalah :

õ Insurans sepanjang hidup: Menawarkan perlindungan sepanjang hayat dan premiumnya dibayar seumur hidup anda. Premium bagi insurans ini lebih tinggi berbanding insurans bertempoh.

õ Insurans endowmen: Menggabungkan perlindungan dan juga simpanan. Ia menyediakan manfaat tunai pada akhir suatu tempoh tertentu atau atas kematian atau kehilangan upaya yang menyeluruh dan kekal. Tempoh polisi ditentukan oleh pembeli.

õ Insurans bertempoh: Menawarkan perlindungan insurans bagi tempoh terhad dan bayaran diterima adalah mengikut jumlah yang dipersetujui semasa polisi tersebut dibeli.

õ Insurans pelaburan: Menggabungkan pelaburan dan perlindungan yang anda inginkan serta jumlah perlindungan insurans hayat yang ingin dimiliki. Jumlah premium adalah fleksibel.

õ Insurans perubatan dan kesihatan: Polisi yang melindungi kos rawatan perubatan seperti rawatan hospital dan kos pembedahan.

õ Insurans gadai janji baki berkurangan (MRTA) : Perlindungan insurans yang meliputi pembayaran balik pinjaman pembelian hartanah tertunggak kepada institusi kewangan sekiranya berlaku kematian, kehilangan upaya atau mengalami penyakit kritikal. Institusi kewangan tersebut akan melepaskan hak milik hartanah kepada anda atau waris anda. Premium cuma dibayar sekali sahaja.

Aktiviti :

1. Apakah yang dimaksudkan dengan nilai depan sesuatu pelaburan?
2. Jika tempoh masa dipanjangkan, apakah kesannya kepada nilai kini dan nilai depan anuiti
3. Apakah kesannya kepada nilai kini dan nilai depan anuiti jika kadar faedah meningkat?

Contoh 3.19 :

Disebabkan kegawatan ekonomi, pakar kewangan meramalkan firma dan syarikat di Manipal tidak mempunyai sumber kewangan yang mencukupi bagi menyediakan wang pesaraan kepada generasi yang lahir di Manipal pada tahun 2001 hingga 2015. Oleh itu pihak kerajaan menggalakkan generasi tersebut menyimpan wang awal bagi menyediakan sumber kewangan yang mencukupi sewaktu mereka bersara. Jika seorang pekerja menyimpan RM200 setiap bulan selama 20 tahun dengan kadar faedah kompaun 7.2 % setahun bagi setiap bulan. Kirakan jumlah wang simpanannya selama 20 tahun.

Penyelesaian :

Kirakan jumlah wang simpanannya selama 20 tahun.

R = RM 200
n = 20 x 12 = 240
i = 7.2 % = $\frac{0.072}{12} = 0.006$

$$PV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$PV = 200\left[\frac{(1+0.006)^{240} - 1}{0.006}\right]$$

$$PV = 200(533.7623) = RM106752.4678$$

Contoh 3.20 :

Mamat membeli sebidang tanah empat ekar dengan harga RM800 000 dan dia membayar 10 % daripada harga asal sebagai bayaran pendahuluan. Bakinya pula dibayar secara ansuran bulanan selama 30 tahun. Bayaran pertama ialah selepas tarikh pembelian dan kadar faedah sebanyak 4.2% kompaun secara bulanan.

(a) Tentukan bayaran bulanan yang perlu dibayar oleh Mamat.
(b) Jika Mamat gagal membuat bayaran tiga bulan pertama . Beliau dikehendaki membayar pada bayaran bulan keempat untuk menyelesaikan semua jumlah yang tertunggak. Jumlahkan pinjaman yang perlu dibayar untuk tempoh sehingga bulan keempat.

(c) Selepas membayar untuk tempoh 20 tahun, Mamat mahu menyelesaikan pinjaman sepenuhnya. Tentukan jumlah yang perlu dibayar oleh Mamat.
(d) Justifikasikan sama ada bayaran yang diselesaikan sebelum tamat tempoh pinjaman akan memberikan keuntungan kepada Mamat.

Penyelesaian :

(a) Harga tunai tanah = RM800 000
Bayaran pendahuluan = 10 % x RM800 000 = RM 80 000
Baki = PV = RM800 000 – RM80 000 = RM720 000

$i = \frac{0.042}{12}$ = 0.0035, n = 30 x 12 = 360

n = 30 x 12 = 360

$$\text{Daripada PV} = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$720000 = R\left[\frac{1-(1+0.0035)^{-360}}{0.0035}\right]$$

$$720000 = R[204.4918]$$

$$R = RM\,3520.92$$

Bayaran bulanan adalah RM3520.92

(b) Untuk menyelesaikan empat bulan bagi bayaran yang tertunggak, jumlahnya ialah :

Guna rumus $FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$

$$= 3520.92\left[\frac{(1+0.0035)^4 - 1}{0.0035}\right]$$

$$= 3520.92[4.02105]$$

$$= RM\,14157.79$$

(a) Selepas membayar untuk tempoh 20 tahun, terdapat baki 15 tahun lagi Mamat perlu menyelesaikan sebanyak 120 kali pembayaran lagi.

n = (30 - 20) x 12 = 10 x 12 = 120 kali pembayaran

$$PV = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$PV = 3520.92\left[\frac{1-(1+0.0035)^{-120}}{0.0035}\right]$$

$$= RM344\ 518.20$$

(d) Justifikasi :

Bayaran bulanan ialah RM 3520.92 x 360 bulan = RM 1 267 531.20

Bayaran yang telah dibuat dalam tempoh 20 tahun,
=(20 x 12) (RM 3520.92) = RM 845 020.80

Jumlah keseluruhan bayaran untuk tempoh 20 tahun ialah ,
= 845 020.80 + 344 518.20
= RM 1 189 539.00

Pelunasan awal tempoh pinjaman memberi keuntungan kepada Mamat sebanyak
=1 267 531.20 – 1 189 539.00
= RM 77 992.20

Kesimpulannya, konsep pendiskaunan memberi keuntungan kepada peminjam yang melunaskan pinjaman lebih awal daripada tempoh perjanjian pinjaman.

Latihan Kendiri 3.2 :

1. Selesaikan pengiraan berikut dengan menggunakan rumus yang sesuai. Tunjukkan semua jalan pengiraan dalam jadual yang disediakan.

	Jumlah(RM)	Kadar Pulangan (%)	Tempoh = 5 tahun	Tempoh = 10 tahun
FV	200	4		
FV	300	7		
PV	300	3		
PV	300	8		

2 Cari nilai kini bagi anuiti sebanyak RM500 setiap tahun untuk 5 tahun jika bayaran dibuat dalam masa 2 tahun. Anggapkan bahawa wang itu diberikan kadar kompaun 6% secara tahunan.

[RM1986.96]

3 Kirakan jumlah yang telah dilaburkan setiap tiga bulan dengan kadar 10% secara kompaun setiap suku tahun dengan jumlah RM10 000 dalam tiga tahun. Tentukan berapakah faedah yang terkumpul.

[RM1301.20]

4 Seorang datuk sangat menyayangi cucunya, Kamal. Beliau telah mencongak bahawa cucunya itu memerlukan RM100 000 untuk memasuki kolej ketika umurnya 18 tahun dan beliau bercadang untuk memberi cucunya hadiah bagi memastikan cucunya dapat memasuki kolej tersebut. Andaikan Kamal mampu untuk mendapatkan faedah sebanyak 6% setahun selama 18 tahun, berapa banyakkah wang yang perlu dilaburkan olehnya sekarang ?

[RM35 034]

5 Aman menerima pencen sebanyak RM50 selama 20 tahun. Bayaran pertama diterima pada hujung tahun pertama dan bayaran terakhir diterima pada hujung tahun ke-20. Pada setiap kali wang tersebut diterima , Aman akan melaburkannya pada kadar faedah 10%. Berapakah jumlah wang Aman pada hujung tahun ke-30 ?

[FV = RM 7427.71]

6 Afandi menyimpan sebanyak RM2000 dalam dana amanah untuk anaknya. Dalam masa 10 tahun, dana tersebut akan bernilai RM10 000. Apakah kadar pulangan ke atas dana amanah tersebut ?

[9.6 %]

7 Apakah nilai kini bagi simpanan sebanyak RM50 di akhir setiap tahun selama-lamanya jika kadar faedah 8% diterima ?

[RM 625]

8 Deni meminjam RM1000 untuk membeli komputer pada kadar faedah 10% . Berapakah jumlah yang dibayar setiap tahun selama tiga tahun untuk melunaskan pinjaman itu ?

[RM 402.11]

9 Andaikan bahawa usia anda sekarang 21 tahun dan anda akan memperolehi 10% dari simpanan anda. Berapa banyak yang anda perlu laburkan hari ini bagi membolehkan anda mengumpul RM1 juta ketika anda berumur 65 tahun ?

[RM15 091.13]

10 Berapakah kadar efektif tahunan bagi 8 peratus yang dikompaunkan setiap suku tahun ?

[8.24%]

11 Kerajaan telah menggalakkan orang ramai melakukan tabungan awal sebagai langkah menghadapi zaman persaraan. Aman, seorang guru telah mengambil langkah proaktif dengan membuat deposit secara tetap setiap bulan sebanyak RM200 selama 20 tahun di sebuah syarikat anuiti. Syarikat tersebut menjanjikan kadar keuntungan 7.2% setahun kompaun secara bulanan.

(a) Kira jumlah wang simpanan Aman pada akhir tempoh masa 20 tahun.
(b) Aman berhasrat untuk mempunyai wang simpanan sebanyak RM130 000 dalam masa 20 tahun bagi menjamin keselesaannya selepas bersara. Jika kadar faedah kompaun tidak berubah, kirakan jumlah deposit yang perlu Aman tambah bagi mencapai hasrat tersebut.

Sekiranya syarikat tersebut menurunkan kadar faedah kepada 6% setahun kompaun setiap suku tahun dan Aman mendeposit wang sebanyak RM500 pada awal bulan, kira wang simpanan Aman selama 7 tahun.

[(a) RM 106 752.47, (b)RM 243.56, FV= RM14 287.22]

12 Puan Mala merancang untuk membuat tabungan di bank bagi membolehkan beliau mempunyai sumber kewangan yang mencukupi selepas bersara agar dapat menjamin kehidupannya.

(a) Puan Mala berhasrat menyimpan sejumlah RM 5000 pada akhir setiap enam bulan selama 10 tahun untuk peraraan beliau. Kadar faedah pelaburan adalah 8 % dikompaun setiap setengah tahun. Kira jumlah wang simpanan Puan Mala selepas 10 tahun.

(b) Selepas 10 tahun dan dengan wang tabungan terdahulu masih dalam simpanan di bank pada kadar faedahnya yang terdahulu, Puan Mala membuat satu tabungan tambahan sebanyak RM 10000 pada akhir setiap tiga bulan dengan kadar faedah kompaun 6% pada setiap suku tahun. Kira jumlah wang keseluruhan yang terkumpul daripada semua tabungan beliau pada akhir 30 tahun.

[(a)RM 148 890.39, (b)RM 1527 108.53]

Ringkasan Rumus Tajuk 3

1. Nilai depan anuiti biasa $R[\frac{(1+i)^n-1}{i}]$
2. Nilai depan anuiti matang $R\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right]$
3. Nilai kini anuiti biasa $R[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}]$
4. Nilai kini anuiti matang $R\left[\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}+1\right]$
5. Nilai depan anuiti tertunda $R[\frac{(1+i)^n-1}{i}]$

6. Nilai kini anuiti tertunda $\frac{R}{i}\left[(1+i)^{-m}-(1+i)^{-(m+n)}\right]$

TAJUK 4

PELUNASAN PINJAMAN DAN DANA TERIKAT

TAJUK 4 PELUNASAN PINJAMAN DAN DANA TERIKAT

Pengenalan

Tajuk ini membincangkan dua aplikasi penting anuiti dalam dunia kewangan dan kehidupan harian. Aplikasi yang akan dibincangkan ialah pelunasan pinjaman dan dana terikat.

Hasil Pembelajaran

Pada akhir tajuk ini, pelajar dapat :
(a) mengaplikasi konsep matematik kewangan dalam pengiraan pelunasan pinjaman dan dana terikat;
(b) membuat keputusan dalam masalah kewangan harian.

4.1 Pelunasan Pinjaman

4.1.1 Pengenalan

Salah satu aplikasi konsep anuiti ialah dalam pembayaran hutang yang dikenakan faedah. Pembelian kereta, rumah, mesin atau item-item lain yang melibatkan bayaran berkala dan faedah kompaun adalah contoh pelunasan pinjaman.

4.1.2 Kaedah Bayar Balik Pinjaman

Terdapat tiga kaedah utama pelunasan pinjaman. Kaedah-kaedah tersebut adalah seperti berikut :

(a) Pembayaran tunggal pada hujung tempoh pinjaman

Sebagai contoh, seorang pemuda mengambil pinjaman sebanyak RM5000 pada kadar faedah efektif 6% dan tempoh pinjaman adalah 4 tahun. Dia tidak membuat apa-apa pembayaran dalam tempoh 4 tahun tersebut. Pinjamannya dilangsaikan sekaligus dalam satu bayaran pada hujung tahun ke-4. Amaun yang perlu dibayar ialah

$$\begin{aligned} FV &= P(1+i)^n \\ &= 5000(1+0.06)^4 \\ &= \text{RM}6312.38 \end{aligned}$$

Faedah yang dibayar $= 6312.38 - 5000$

$= RM1312.38$

(b) Pembayaran faedah sahaja secara berkala

Dalam kaedah ini, hanya bayaran faedah sahaja yang dibuat pada hujung setiap tahun. Maka amaun keseluruhan yang telah dibayar pada hujung 4 tahun ialah:

$$FV = 5000 + 5000 \times 0.06 \times 4$$
$$= RM6200.00$$

Faedah yang dibayar $= 6200 \quad 5000$

$= RM1200.00$

(c) Pembayaran berkala secara uniform

Pinjaman dibayar secara berkala pada hujung setiap tahun untuk 4 tahun. Bayaran tersebut merangkumi pembayaran faedah atas prinsipal tertunggak dan juga sebahagian daripada prinsipal.

Oleh sebab pembayaran dibuat pada hujung tahun, maka konsep anuiti serta merta digunakan. Dengan menggunakan rumus PV untuk anuiti serta merta, maka amaun bayaran berkala R dapat dicari.

$$i = 6\% = 0.06$$
$$n = 4$$
$$PV = 5000$$

$$PV = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$
$$5000 = R\left[\frac{1-(1+0.06)^{-4}}{0.06}\right]$$
$$R = \frac{5000}{3.4651056}$$
$$= RM1442.96$$

Amaun keseluruhan yang telah dibayar sepanjang 4 tahun

$$= 1442.96 \times 4$$
$$= RM5771.84$$

Faedah yang dibayar $= 5771.84 - 5000$

$= RM771.84$

Daripada contoh-contoh di atas, jelaslah bahawa amaun faedah yang dibayar dalam kaedah bayar balik pinjaman ketiga adalah paling rendah di kalangan ketiga-tiga kaedah tersebut. Maka kaedah pelunasan pinjaman ketiga adalah paling sesuai untuk peminjam. Seterusnya kaedah tersebut akan dibincang dengan lebih terperinci.

4.1.3 Pelunasan Pinjaman

Suatu pinjaman dengan kadar faedah tetap dikatakan telah dilunaskan sekiranya pinjaman tersebut dapat dilangsaikan dengan satu siri pembayaran sama dalam jangka masa yang sama. Setiap pembayaran tersebut mengandungi dua bahagian, iaitu:

(a) faedah terhadap prinsipal tertunggak yang belum dibayar, dan
(b) pembayaran sebahagian daripada pinjaman tersebut.

Andaikan bahawa suatu pinjaman P dilunaskan pada kadar nominal i dalam n kala dan R merupakan bayaran berkala. Maka nilai kininya diberi oleh rumus berikut,

$$PV = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Daripada rumus tersebut, dapat diperoleh.

$$R = \frac{(PV)i}{1-(1+i)^{-n}} \quad \text{atau ringkasnya} \quad R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$$

Jumlah faedah yang telah dibayar diberi oleh rumus berikut :

$$I = nR - P$$

Contoh 4.1 :

Cari bayaran berkala bulanan yang dapat melangsaikan satu pinjaman peribadi bernilai RM20 000 pada 12% setahun dikompaun setiap bulan dalam tempoh 6 tahun.

Penyelesaian :

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

$$n = 6 \times 12$$

$$P = 20\,000$$

$$R = \frac{20\,000 \times 0.01}{1-(1+0.01)^{-72}}$$

$$= RM391.00$$

$\therefore$ Bayaran berkala $R = RM391.00$

4.1.4 Pembentukan Jadual Pelunasan

Dalam kaedah pembayaran ketiga yang disebut sebelum ini, sebahagian daripada setiap bayaran berkala R digunakan untuk membayar faedah ke atas prinsipal tertunggak dan bakinya digunakan untuk mengurangkan prinsipal. Satu jadual pelunasan boleh digunakan untuk menunjukkan pecahan daripada bayaran berkala yang digunakan untuk mengurangkan faedah yang dikenakan terhadap prinsipal dan juga untuk membayar sebahagian daripada prinsipal sehingga pinjaman tersebut dilangsaikan.

Dengan berpandukan contoh di bahagian 4.1.2, iaitu pinjaman sebanyak RM5000 pada kadar efektif 6% dengan tempoh pinjaman 4 tahun, penyediaan jadual pelunasan akan diterangkan di bawah.

Bayaran tahunan, $R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$

$$= \frac{5000 \times 0.06}{1-(1+0.06)^{-4}}$$

$$= \text{RM}1442.96$$

Amaun keseluruhan yang telah dibayar pada hujung 4 tahun

$= 1442.96 \times 4$

$= \text{RM}5771.84$

Faedah yang dibayar $= 5771.84 \quad 5000.00$

$= \text{RM}771.84$

Bilangan bayaran	Prinsipal tertunggak pada awal tempoh, P (RM)	Faedah ke atas prinsipal tertunggak pada akhir tempoh, i (RM)	P + i (RM)	Bayaran berkala (RM)	Sumbangan terhadap pembayaran prinsipal (RM)	Prinsipal tertunggak pada akhir tempoh (RM)
	(a)	(b) = (a) x I	(c) = a + b	(d)	(e) = (d) – (b)	(f) = (a) – (e)
1	5000.00	300.00	5300.00	1442.96	1142.96	3857.04
2	3857.04	231.42	4088.46	1442.96	1211.54	2645.50
3	2645.50	158.73	2804.23	1442.96	1284.23	1361.27
4	1361.27	81.68	1442.95	1442.96	1361.28	(–0.01)

Nota: Dapat diperhatikan daripada jadual di atas bahawa terdapat perbezaan 0.01 dalam prinsipal tertunggak. Perbezaan ini disebabkan oleh pembundaran dan boleh diabaikan.

Aktiviti :

Dengan menggunakan perisian hamparan elektronik yang sesuai, janakan satu jadual pelunasan untuk soalan Contoh 1 di atas.

Contoh 4.2 :

Samad meminjam RM50 000 daripada bank dan amaun tersebut akan dilangsaikan melalui bayaran ansuran pada hujung setiap bulan untuk 8 tahun. Sekiranya kadar faedah ialah 12% setiap tahun dikompaun secara bulanan, kirakan

(a) prinsipal tertunggak selepas bayaran terakhir pada tahun ke-5.
(b) prinsipal yang telah dibayar selepas membuat 18 bayaran.

Penyelesaian :

(a)

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01$$

$$n = 12 \times 8 = 96$$

$$P = 50\,000$$

Bayaran ansuran, $R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$

$$= \frac{50\,000 \times 0.01}{1-(1+0.01)^{-96}}$$

$$= \text{RM}812.64$$

Untuk mencari prinsipal tertunggak, rumus $PV = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$ digunakan, di mana PV = prinsipal tertunggak dan n = bilangan bayaran ansuran bulanan yang belum diselesaikan.

Selepas bayaran terakhir pada tahun ke-5, bilangan bayaran ansuran yang telah dilangsaikan ialah $5 \times 12 = 60$ kali.

Maka bilangan bayaran ansuran yang belum dibayar ialah $96 - 60 = 36$ kali.

Prinsipal tertunggak, PV

$= R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$

$= 812.64\left[\frac{1-(1+0.01)^{-(96-60)}}{0.01}\right]$

$= \text{RM}24\,466.56$

Rumus lain yang boleh digunakan untuk mencari prinsipal tertunggak ialah $S = P(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$. Dalam rumus ini, $S =$ prinsipal tertunggak dan $n =$ bilangan bayaran yang telah dibuat $= 5 \times 12 = 60$.

$$S - P(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$= 50\,000(1+0.01)^{60} - 812.64\left[\frac{(1+0.01)^{60} - 1}{0.01}\right]$$

$$= \text{RM}24\,466.79$$

(b) Prinsipal yang telah dibayar

= amaun pinjaman – prinsipal tertunggak selepas membuat 18 bayaran

$$= 50\,000 - 812.64\left[\frac{1-(1+0.01)^{-(96-18)}}{0.01}\right]$$

$$= \text{RM}6132.51$$

Contoh 4.3 :

Suatu pinjaman RM15 000 akan dilangsaikan dengan bayaran ansuran pada hujung setiap 6 bulan untuk 10 tahun. Sekiranya kadar faedah ialah 8% setiap tahun dikompaun setiap setengah tahun, cari,

(a) bayaran ansuran.
(b) prinsipal tertunggak pada permulaan tahun ke-3.
(c) prinsipal yang telah dibayar sehingga permulaan tahun ke-3.
(d) faedah yang terkandung dalam bayaran ke-3.
(e) prinsipal yang terkandung dalam bayaran ke-3.
(f) jumlah faedah yang dibayar.

Penyelesaian :

(a)

$$i = \frac{0.08}{2} = 0.04$$

$$n = 2 \times 10 = 20$$

$$P = 15\,000$$

Bayaran ansuran, $R = \dfrac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$

$$= \frac{15\,000 \times 0.04}{1-(1+0.04)^{-20}}$$

$$= \text{RM}1103.73$$

(b) Pada permulaan tahun ke-3, bilangan bayaran ansuran yang telah dilangsaikan ialah $2 \times 2 = 4$ kali.

Maka bilangan bayaran ansuran yang belum dibayar ialah $20 \quad 4 = 16$ kali.

Prinsipal tertunggak, PV

$= R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$

$= 1103.73\left[\frac{1-(1+0.04)^{-16}}{0.04}\right]$

$=$ RM12 860.99

Rumus $S = P(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$ boleh juga digunakan.

Prinsipal tertunggak, S

$= P(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$

$= 15\,000(1+0.04)^4 - 1103.73\left[\frac{(1+0.04)^4-1}{0.04}\right]$

$=$ RM12 860.93

(c) Prinsipal yang telah dibayar

= amaun pinjaman – prinsipal tertunggak pada permulaan tahun ke-3

$= 15\,000 - 12\,860.99$

$=$ RM2139.01

(d) Faedah yang terkandung dalam bayaran ke-3

$= i \times$ prinsipal tertunggak pada permulaan tahun ke-3

$= 0.04 \times 12\,860.99$

$=$ RM514.44

(e) Prinsipal yang terkandung dalam bayaran ke-3

= bayaran ansuran – faedah yang terkandung dalam bayaran ke-3

$= 1103.73 - 514.44$

$=$ RM589.29

(f) Jumlah faedah yang dibayar

$= 1103.73 \times 20 - 15\,000$

$=$ RM7074.60

Contoh 4.4 :

Suatu pinjaman RM60 000 akan dibayar dengan 20 bayaran berkala pada kadar faedah 7% setiap tahun. Selepas bayaran berkala yang ke-10 telah dibuat, peminjam tersebut ingin menyelesaikan baki hutangnya dalam 5 bayaran berkala yang merangkumi kedua-dua faedah dan prinsipal. Cari amaun bayaran berkala yang baharu.

Penyelesaian :

$i = 0.07$

$n = 20$

$P = 60\,000$

Bayaran ansuran, $R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$

$= \frac{60\,000 \times 0.07}{1-(1+0.07)^{-20}}$

$= \text{RM}5663.58$

Selepas membuat 10 bayaran berkala, masih terdapat 10 bayaran berkala yang belum dilangsaikan.

Prinsipal tertunggak, PV

$= 5663.58\left[\frac{1-(1+0.07)^{-10}}{0.07}\right]$

$= \text{RM}39\,778.62$

Prinsipal tertunggak $\text{RM}53\,501.85$ akan dibayar dalam 5 bayaran berkala yang sama.

Bayaran ansuran baharu, $R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$

$= \frac{39\,778.62 \times 0.07}{1-(1+0.07)^{-5}}$

$= \text{RM}9701.64$

Contoh 4.5 :

Encik A ingin membeli sebuah rumah yang berharga RM700 000 dengan membayar wang pendahuluan RM250 000. Sekiranya dia ingin melunaskan baki pinjaman dalam tempoh 20 tahun pada kadar 6% dikompaun secara bulanan, apakah bayaran bulanan mereka? Apakah jumlah faedah yang dibayar? Berapakah ekuiti mereka selepas 10 tahun?

Penyelesaian :

Harga rumah = RM700 000

Wang pendahuluan = RM250 000

Amaun prinsipal, P = 700 000 – 250 000

= RM450 000

Kadar faedah, r = 6% = 0.06

Faedah dikompaun secara bulanan , $i = \frac{r}{12} = \frac{0.06}{12} = 0.005$

$n = 20 \times 12 = 240$

Bayaran ansuran bulanan, $R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$

$= \frac{450\ 000 \times 0.005}{1-(1+0.005)^{-240}}$

$= RM3223.94$

Jumlah faedah yang dibayar $= nR \quad P$

$= 240 \times 3223.94 - 450\ 000$

$= RM323\ 745.60$

Ekuiti selepas 10 tahun = wang pendahuluan + prinsipal yang telah dibayar dalam 10 tahun

Prinsipal tertunggak selepas 10 tahun = $3223.94 \left[\frac{1-(1+0.005)^{-120}}{0.005}\right]$

$= RM290\ 391.41$

Prinsipal yang telah dibayar dalam 10 tahun = 450 000 – 290 391.41

= RM159 608.59

Ekuiti selepas 10 tahun = 250 000 + 159 608.59

= RM409 608.59

Latihan Kendiri 4.1 :

1. Sediakan satu jadual pelunasan untuk satu pinjaman RM10 000 pada kadar faedah 9% setahun dan dibayar dalam 6 bayaran berkala, dengan bayaran pertama dibuat pada hujung tahun pertama.

   [RM2229.20]

2. Cari bayaran berkala sukuan yang perlu dibuat untuk membayar satu pinjaman RM30000 pada kadar 4% setahun dikompaun secara suku tahunan dalam 15 tahun.

   [RM667.33]

3. Encik X membeli sebuah rumah yang berharga RM700 000 dan telah membayar wang pendahuluan sebanyak RM150 000. Dia bercadang membayar bakinya secara ansuran bulanan pada kadar faedah 9% dalam tempoh 25 tahun.

   (a) Berapakah ansuran bulanan yang perlu dibayar?
   (b) Apakah jumlah faedah yang dibayar?

   [(a) RM4615.58; (b) RM834 674]

4. Satu pinjaman sebanyak RM30 000 akan dilunaskan dengan bayaran ansuran pada hujung setiap tahun untuk 5 tahun. Sekiranya faedahnya dikira pada kadar 6% dikompaun secara tahunan, cari

   (a) bayaran tahunan;
   (b) prinsipal tertunggak pada awal tahun ke-4;
   (c) prinsipal yang telah dibayar selepas 3 bayaran ansuran telah dibuat;
   (d) faedah yang dikandung dalam bayaran ke-4;
   (e) prinsipal yang terkandung dalam bayaran ke-4;
   (f) jumlah faedah yang telah dibayar.

   [(a) RM7121.89; (b) RM13 057.22; (c) RM16 942.78; (d) RM783.43; (e) RM6338.46; (f) RM5609.45]

5. Satu pinjaman RM6000 akan dibayar dengan kadar faedah 8% secara tahunan dengan 20 bayaran ansuran tahunan. Bayaran pertama akan dibuat pada hujung tahun pertama. Sebaik sahaja bayaran ke-10 dibuat, peminjam bercadang menyelesaikan pinjaman dalam dua bayaran sama yang termasuk prinsipal dan faedah dan ini dipersetujui pada oleh peminjam sekiranya kadar faedah ialah pada 7% setahun. Cari bayaran ansuran baharu yang perlu dibayar.

   [RM1562.54]

6. Satu pinjaman RM50 000 akan dibayar pada hujung setiap tahun untuk 18 tahun dengan kadar faedah 6% efektif. Sebaik sahaja bayaran ke-10 dibuat, peminjam meminta pemiutang agar memanjangkan tempoh pinjaman sepanjang 7 tahun lagi. Apakah bayaran tahunan baharu yang perlu dibayar untuk 12 tahun seterusnya sekiranya pemiutang bersetuju atas kadar faedah 7% setahun.

   [RM3148.45]

7. Sepasang suami isteri bercadang membeli sebuah rumah untuk RM1 000 000 dengan wang pendahuluan sebanyak RM200 000. Sekiranya mereka dapat melunaskan pinjaman pada kadar faedah 9% untuk 25 tahun, apakah bayaran bulanan yang perlu dibuat? Apakah jumlah faedah yang dibayar? Apakah ekuiti mereka selepas 5 tahun?

   [RM6713.57; RM1 214 071; RM 253 820.57]

8. Seorang peminjam membayar satu hutang RM40 000 dengan membuat 30 bayaran setengah tahun yang mengandungi prinsipal dan faedah dikira pada kadar faedah 9% dikompaun secara setengah tahun dan 12 bayaran telah dibuat. Satu lagi pinjaman RM15 000 pula akan dibayar dalam 20 bayaran setengah tahun yang mengandungi prinsipal dan faedah dikira pada kadar faedah 8% dikompaun secara setengah tahun dan 8 bayaran telah dibuat.

   Sekiranya baki kedua-dua pinjaman ini diganti dengan suatu anuiti pasti 20 bayaran setengah tahun dikira pada kadar faedah 10% setiap tahun dikompaun secara setengah tahun, apakah bayaran berkala anuiti tersebut?

   [RM3227.31]

4.2 Dana Terikat

4.2.1 Pengenalan

Aplikasi kedua anuiti yang akan dibincangkan ialah dana terikat. Dalam bahagian pelunasan pinjaman, satu amaun tanggungan matang pada masa kini telah dibayar dengan bayaran berkala yang sama. Nilai kini tanggungan-tanggungan ini, seperti harga rumah, kereta dan sebagainya, diketahui lebih awal. Demikian juga dalam banyak keadaan lain, sejumlah wang yang besar dijangka diperlukan pada suatu masa hadapan. Suatu tabung atau dana yang disediakan melalui bayaran berkala ke dalamnya untuk memenuhi tanggungan ini dipanggil dana terikat.

Aktiviti :

Cari maklumat lanjutan berkait dengan dana terikat dari sumber Internet. Laman-laman yang dicadangkan adalah seperti berikut:

1. http://www.investopedia.com/terms/s/sinkingfund.asp
2. https://www.daveramsey.com/blog/stop-the-panic-sinking-fund
3. http://www.moneypeach.com/sinking-fund-categories/

4.2.2 Definisi Dana Terikat

Satu dana terikat didefinisikan sebagai satu tabung yang dikumpulkan untuk tujuan menyelesaikan satu obligasi kewangan pada suatu tarikh masa hadapan. Penggunaan dana terikat adalah perkara biasa dalam perniagaan di mana tabung-tabung ini dirancang lebih awal untuk perbelanjaan yang dijangka seperti penggantian atau pemodenan sebuah kilang pembuatan, perluasan suatu perniagaan dan sebagainya.

Seseorang individu mungkin menjangka perbelanjaan pada masa hadapan seperti pendidikan tinggi, perkahwinan dan lain-lain untuk mewujudkan satu dana yang dibayar dengan membuat bayaran berkala. Dana terikat biasanya digunakan untuk menebus isu bon, membayar hutang, menggantikan peralatan yang usang, atau membeli peralatan yang baharu. Dalam dana terikat, bayaran berkala adalah bersaiz sama dan dibayar pada selang masa yang sama seperti secara bulanan, sukuan tahun, setengah tahun dan sebagainya.

Selain itu, bayaran berkala ini dianggap dibayar pada hujung setiap kala pembayaran dan maka dianggap sebagai anuiti serta merta. Oleh kerana dana terikat diwujudkan untuk menemui satu obligasi kewangan pada masa hadapan, amaun yang diperlukan pada suatu tarikh pada masa akan datang itu ialah amaun bayaran berkala yang terkumpul pada tarikh tersebut, iaitu amaun anuiti serta merta.

4.2.3 Kaedah-kaedah Pengiraan

Katakan R ialah bayaran berkala dan S ialah jumlah wang yang terkumpul selepas n kala dan i ialah kadar faedah per kala, maka amaun S diberi sebagai,

$$S = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Bayaran berkala R pula diberi oleh

$$R = \frac{iS}{(1+i)^n - 1}$$

Contoh 4.6 :

Seorang pelajar telah mewujudkan satu dana terikat untuk tujuan membeli sebuah komputer riba dalam masa dua tahun. Adalah dijangka bahawa komputer riba yang ingin dibeli berharga RM3500 pada hujung 2 tahun. Tentukan saiz bayaran sukuan tahun sama pelajar tersebut perlu tabungkan sekiranya kadar faedah ialah 10% setahun dikompaun secara sukuan.

Penyelesaian :

$$i = \frac{0.1}{4} = 0.025$$

$$n = 2 \times 4 = 8$$

$$S = 3500$$

$$R - \frac{0.025 \times 3500}{(1+0.025)^8 - 1}$$

$$= \text{RM}400.64$$

$\therefore$ Bayaran suku tahunan $R = \text{RM}400.64$

Contoh 4.7 :

Seorang bapa mewujudkan satu dana terikat untuk tujuan mengumpul RM200 000 dalam tempoh 15 tahun bagi pendidikan anaknya. Apakah amaun yang perlu disimpan dalam dana tersebut pada hujung setiap bulan sekiranya kadar faedah ialah 6% setahun dikompaun secara bulanan?

Penyelesaian :

$$i = \frac{0.06}{12} = 0.005$$

$$n = 15 \times 12 = 180$$

$$S = 200\ 000$$

$$R = \frac{0.005 \times 200\ 000}{(1 + 0.005)^{180} - 1}$$

$$= \text{RM}687.71$$

$\therefore$ Bayaran bulanan $R = \text{RM}687.71$

Contoh 4.8 :

Sebuah syarikat mempunyai sebuah mesin yang dijangka dapat digunakan untuk 10 tahun. Sekiranya kadar faedah ialah 7.5% efektif, berapakah wang yang perlu disediakan pada hujung setiap tahun untuk satu dana terikat bagi menggantikan mesin lama dengan sebuah mesin baharu yang berharga RM70 000 pada hujung tahun ke-10?

Penyelesaian :

$$i = 0.075$$

$$n = 10$$

$$S = 70\ 000$$

$$R = \frac{0.075 \times 70\ 000}{(1+0.075)^{10} - 1}$$

$$= \text{RM}4948.01$$

$\therefore$ Bayaran tahunan $R = \text{RM}4948.01$

Contoh 4.9 :

Sebuah syarikat membeli sebuah mesin dengan harga RM90 000 dan dijangka nilainya akan menurun sebanyak 10% setiap tahun berbanding dengan harganya pada awal tahun. Jangka hayat mesin tersebut dianggarkan selama 12 tahun. Selepas 12 tahun, mesin tersebut akan dijual pada harga skrap dan diganti dengan sebuah mesin baharu yang dijangka berharga 20% lebih tinggi daripada harga mesin sekarang. Syarikat tersebut menyediakan pada hujung setiap sukuan tahun satu amaun tetap selama 12 tahun agar dapat membeli mesin baharu. Amaun dalam dana ialah beza di antara kos penggantian dan harga skrap.

Cari jumlah dana dengan menganggap bahawa dana tersebut akan memperoleh faedah pada kadar 8% setahun dikompaun secara suku tahunan.

Penyelesaian :

Kos mesin sekarang, $S = C(1-r)^n$ dengan $C =$ kos semasa pembelian

Kadar penurunan nilai, $r = 10\% = 0.1$

Jangka hayat mesin, $n = 12$ tahun

Nilai skrap mesin pada hujung 12 tahun, $S = 90\ 000(1-0.1)^{12}$

$= \text{RM}25\ 418.66$

Kos mesin baharu $= 90\ 000 + 20\% \times 90\ 000$

$= \text{RM}108\ 000$

Amaun yang diperlukan untuk membeli mesin baharu

$= 108\ 000 - 25\ 418.66$

$= \text{RM}82\ 581.34$

$i = \frac{0.08}{4} = 0.02$

$n = 12 \times 4 = 48$

$S = 70\ 000$

$$R = \frac{0.02 \times 82\ 581.34}{(1+0.02)^{48} - 1}$$

$= \text{RM}1040.68$

$\therefore$ Bayaran suku tahunan $R = \text{RM}1040.68$

Latihan Kendiri 4.2 :

1. Encik X mengambil keputusan untuk mewujudkan satu dana terikat untuk membeli sebidang tanah selepas 7 tahun yang dijangka bernilai RM300 000 pada masa itu. Berapakah ansuran bulanan yang mesti dibayar ke dalam dana terikat tersebut pada kadar faedah 12% setahun dikompaun secara bulanan?

   [RM2295.82]

2. Sebuah syarikat menubuhkan satu dana terikat untuk membiayai bayaran hutang RM105 000 yang akan matang dalam masa 10 tahun. Sumbangan kepada dana dibuat pada hujung setiap tahun. Cari amaun setiap bayaran tahunan sekiranya faedah adalah pada 10% efektif.

   [RM6588.27]

3. Satu hutang RM2000 dengan faedah 10% dikompaun secara tahunan akan dilunaskan dengan kaedah dana terikat. Sekiranya 6 bayaran tahunan akan dideposit dalam satu dana yang membayar 8% dikompaun secara tahunan, cari,

   (a) bayaran faedah tahunan.
   (b) saiz deposit tahunan ke dalam dana terikat.
   (c) kos tahunan hutang tersebut.

   [(a) RM200; (b) RM272.63; (c) RM472.63]

4. Puan J bercadang menghantar anak lelakinya untuk pendidikan tinggi di institusi pengajian tinggi swasta 15 tahun dari sekarang. Dia menjangka kos pengajiannya sebanyak RM300 000. Berapakah wang yang perlu diketepikan pada hujung setiap 6 bulan untuk tempoh 15 tahun untuk mengumpul amaun yang diperlukan sekiranya kadar faedah ialah 6.75% setiap tahunan dikompaun secara setengah tahun?

   [RM5931.95]

5. Berapakah wang yang perlu diketepikan setiap tahun untuk menggantikan sebuah mesin yang kosnya RM25 000 selepas 7 tahun, sekiranya kadar faedah ialah 8% setahun dikompaun secara tahunan?

   [RM2801.81]

6. Sebuah mesin yang berharga RM50 000 perlu diganti pada hujung 10 tahun dan nilai skrap bagi mesin tersebut pada masa itu dijangka sebagai RM5000. Satu dana terikat telah diwujudkan untuk membiayai kos mesin baharu sebanyak RM65 000. Amaun dalam dana pada masa itu ialah beza antara kos mesin baharu dan nilai skrap mesin lama. Sekiranya bayaran tetap dimasukkan ke dalam tabung pada hujung setiap suku tahun dan dana mendatangkan faedah pada 8% dikompaun setiap suku tahunan, apakah saiz setiap bayaran tersebut?

   [RM993.34]

7. Sebuah mesin yang sedang digunakan oleh Syarikat K mempunyai jangka hayat 10 tahun. Nilai mesin tersebut menyusut pada kadar 8% setahun untuk 6 tahun yang pertama dan 9% setahun untuk hayat yang seterusnya. Kos awal mesin tersebut ialah RM60 000. Syarikat K ingin menggantikan mesin tersebut dengan satu model baharu pada akhir hayatnya. Harga mesin baharu dijangka 20% lebih tinggi daripada harga mesin sedia ada. Dengan menganggap bahawa pendapatan daripada jualan skrap mesin akan digunakan dalam pembelian mesin baharu, cari amaun yang perlu diketepikan pada hujung setiap tahun ke arah mewujudkan satu dana untuk tujuan pembelian mesin baharu sekiranya setiap bayaran memperoleh faedah pada kadar 10% efektif.

[RM2952.27]

8. Satu hutang RM800 000 dengan kadar faedah 7% dikompaun secara setengah tahun akan didiscaj dengan kaedah dana terikat. Sekiranya 10 bayaran setengah tahun yang sama dideposit ke dalam satu dana yang membayar 6% dikompaun setiap setengah tahun, dengan bayaran pertama perlu dibuat pada hujung 6 bulan, cari
(a) kos hutang setengah tahun
(b) amaun dalam dana sebaik sahaja selepas deposit yang ke-7
(c) jumlah pertambahan dalam dana pada bayaran ke-5 adalah disebabkan faedah

[(a) RM97 784.41; (b) RM534 720.23; (c) RM8758.51]

4.3 Membuat Keputusan dalam Masalah Kewangan Harian

Sebagaimana dapat diperhatikan dalam contoh dan soalan yang berkaitan dengan pelunasan pinjaman dan dana terikat, pengetahuan dalam kedua-dua topik ini dapat membantu seseorang individu untuk membuat keputusan kewangan dalam pelbagai aspek. Sebagai contoh, pengetahuan pelunasan pinjaman membolehkan seseorang membanding beza antara pinjaman perumahan, pinjaman kenderaan, pinjaman peribadi yang ditawarkan oleh bank yang berlainan. Seseorang dapat membuat keputusan dan memilih pinjaman yang lebih sesuai berdasarkan kadar faedah pinjaman, tempoh bayaran balik dan juga amaun ansuran.

Demikian juga pengetahuan tentang dana terikat boleh menggalakkan seseorang individu itu mewujudkan suatu dana atau membuat tabungan pada kala tetap dengan ansuran tetap untuk tujuan pembelian tanah, rumah, kereta dan sebagainya. Untuk perniagaan atau syarikat pula, dana terikat boleh digunakan untuk pembelian mesin atau peralatan baharu atau untuk penggantian dan penambahbaikan kemudahan yang usang.

Aktiviti :

Cari maklumat tentang pinjaman-pinjaman seperti pinjaman perumahan, pinjaman kereta dan pinjaman peribadi yang ditawarkan oleh bank. Tentukan bagaimana faedah dikira dan bayaran ansuran yang perlu dibuat.

Ringkasan Rumus Tajuk 4

1. Bayaran berkala pelunasan pinjaman, $R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$

2. Prinsipal tertunggak, $PV - R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$, $n =$ bilangan bayaran kala yang belum dibuat; atau $S = P(1+i)^n - R\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$, $n =$ bilangan bayaran kala yang telah dibuat

3. Dana terikat, $S = R\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$

4. Bayaran berkala dana terikat, $R = \frac{iS}{(1+i)^n-1}$

TAJUK 5

ALIRAN TUNAI

TAJUK 5 ALIRAN TUNAI

Pengenalan

Tajuk ini membincangkan dua teknik penilaian atau pemilihan projek pelaburan iaitu nilai kini bersih dan kadar pulangan dalaman. Inflasi dan cukai pendapatan individu, dan pengiraan harga bon juga dibincangkan.

Hasil Pembelajaran

Pada akhir pembelajaran, pelajar dapat:

(a) mengaplikasi konsep Matematik Kewangan dalam pengiraan aliran tunai
(b) membuat keputusan dalam masalah kewangan harian
(c) menilai projek pelaburan dengan mengintegrasikan pengetahuan dan pemahaman dalam Matematik Kewangan

5.1 Dana Pelaburan (*Investment Fund*)

Dana pelaburan merupakan satu proses pengagihan aset secara strategik. Secara umumnya, syarikat mempunyai banyak peluang pelaburan. Ada pelaburan yang menambah nilai dan ada pelaburan yang mengurangkan nilai. Seseorang pengurus kewangan yang berpengalaman perlu menilai dan memilih pelaburan yang dapat memberi keuntungan atau sumbangan positif kepada syarikat.

Sebelum sebarang keputusan pelaburan dana dibuat, darjah kebersandaran antara satu projek dengan projek lain perlu ditelitikan terlebih dahulu. Penerimaan atau penyingkiran sesuatu projek bergantung kepada sama ada keputusan yang dibuat akan memberi kesan terhadap projek sedia ada atau projek lain yang sedang dipertimbangkan. Suatu projek dikategorikan sebagai projek bebas jika penerimaan dan penyingkiran projek itu tidak memberi kesan kepada penerimaan atau penyingkiran projek lain. Jika penerimaan suatu projek menyebabkan penyingkiran projek lain, projek ini dikenali sebagai projek saling menyingkir/eksklusif.

Untuk membuat penilaian dan pemilihan terhadap projek yang bakal menambah nilai, kaedah-kaedah seperti nilai kini bersih, kadar pulangan dalaman, tempoh bayar balik, indeks keberuntungan dan sebagainya digunakan. Untuk menilai atau memilih projek pelaburan, kedua-dua teknik iaitu nilai kini bersih dan kadar pulangan dalaman dibincangkan dalam bahagian seterusnya.

5.1.1 Nilai Kini Bersih (*Net Present Value, NPV*)

Nilai kini bersih (*NPV*) merupakan salah satu teknik atau kaedah yang digunakan untuk menilai projek pelaburan. Nilai kini bersih (NPV) ialah perbezaan di antara nilai kini aliran tunai tambahan tahunan selepas cukai dan kos pelaburan awal sesuatu projek. Teknik ini menggunakan kaedah aliran tunai terdiskaun. Rumus NPV adalah seperti berikut,

$$NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

di mana C_t ialah aliran tunai pada masa t, r ialah kos modal atau kadar pulangan jangkaan , dan n ialah tempoh projek.

Dengan menggunakan teknik ini, sesuatu projek akan diterima jika nilai kini bersihnya positif dan akan ditolak jika nilai kini bersihnya negatif. Jika dua projek adalah saling menyingkir/eksklusif, projek yang memberi nilai kini bersih positif yang tinggi akan diterima. Sebaliknya, jika kedua-dua projek tidak bersandar dan nilai kini bersih ialah positif, maka kedua-dua projek boleh diterima. Dalam keadaan nilai kini bersih ialah sifar, projek mungkin boleh diterima atau disingkirkan. Situasi ini menunjukkan projek tersebut adalah pada nilai pulangan modal dan tidak memberi nilai tambahan kepada pelabur. Dalam erti kata lain, nilai kini bersih sifar bermakna aliran tunai dijana oleh projek hanya cukup untuk menampung modal yang dikeluarkan atau kos pelaburan awal, dan memenuhi pulangan yang diperlukan untuk projek berkenaan.

Contoh 5.1 : (NPV)

Jadual 5.1 menunjukkan aliran tunai sebuah projek bagi sesuatu syarikat pelaburan. Kirakan Nilai Kini Bersih (NPV) projek tersebut jika kadar pulangan setahun ialah 5%.

Jadual 5. 1

Akhir Tahun	0	1	2	3	4	5	6
Aliran Tunai Masuk (RM)			15,000	15,000	20,000	20,000	10,000
Aliran Tunai Keluar (RM)	50,000	10,000					

Penyelesaian :

Tahun	Aliran Tunai (RM)	Diskaun (5%)	Nilai Kini (RM)
0	-50000.00	1.0000	-50000.00
1	-10000.00	0.9524	-9523.81
2	15000.00	0.9070	13605.44
3	15000.00	0.8638	12957.56
4	20000.00	0.8227	16454.05
5	20000.00	0.7835	15670.52
6	10000.00	0.7462	7462.15
		NPV =	6625.92

Contoh 5.2 : *(NPV)*

Aliran Tunai Projek A dan B ditunjukkan dalam Jadual 5.2. Jika kos modal kedua-dua projek ini ialah 5%. Berikan cadangan pelaburan anda berdasarkan Nilai kini bersih (NPV).

Jadual 5. 2

Tahun	Projek A (RM)	Projek B (RM)
0	-40000	-45000
1	-8000	-10000
2	10000	15000
3	7000	15000
4	15000	20000
5	20000	7000
6	7000	10000

Penyelesaian :

$$NPV_A = \frac{-RM40000}{(1+0.05)^0} + \frac{-RM8000}{(1+0.05)^1} + \frac{RM10000}{(1+0.05)^2} + \frac{RM7000}{(1+0.05)^3} + \frac{RM15000}{(1+0.05)^4} + \frac{RM20000}{(1+0.05)^5} + \frac{RM7000}{(1+0.05)^6}$$
$$= RM732.68$$

$$NPV_B = \frac{-RM45000}{(1+0.05)^0} + \frac{-RM10000}{(1+0.05)^1} + \frac{RM15000}{(1+0.05)^2} + \frac{RM15000}{(1+0.05)^3} + \frac{RM20000}{(1+0.05)^4} + \frac{RM7000}{(1+0.05)^5} + \frac{RM10000}{(1+0.05)^6}$$
$$= RM1440.08$$

Nilai kini bersih (NPV) kedua-dua Projek A dan Projek B adalah positif. Kedua-dua projek boleh diterima jika kedua-dua projek tersebut tidak bersandar. Hanya Projek B diterima sekiranya kedua-dua projek tersebut saling menyingkiri sebab nilai kini bersih Projek B iaitu RM1440.08 lebih tinggi daripada nilai kini bersih Projek A iaitu RM732.68. Dalam keadaan jika hanya satu projek boleh diterima, maka projek lain akan ditolak.

Kelebihan nilai kini bersih ialah ia mengambil kira penggunaan aliran tunai sebenar atau semua aliran tunai yang bakal diterima oleh sesebuah projek. Penggunaan nilai kini bersih mempunyai beberapa kelemahan. Pengiraan anggaran aliran tunai dan kadar diskaun atau kos modal yang digunakan bukan satu tugas yang mudah. Pengurus dan jabatan kewangan sukar menentukan aliran tunai tambahan yang tepat kerana wujudnya faktor ketidakpastian untuk tempoh projek yang panjang. Kelemahan lain ialah teknik nilai kini bersih tidak menunjukkan kadar pulangan sebenar sesuatu pelaburan. Masalah ini boleh diatasi dengan menggunakan teknik kadar pulangan dalaman.

5.1.2 Kadar Pulangan Dalaman (*Internal Rate of Return, IRR*)

Kadar pulangan dalaman (IRR) juga menggunakan konsep aliran tunai terdiskaun. Kadar pulangan dalaman juga dikenali sebagai kadar pulangan jangkaan projek, iaitu kadar diskaun yang memberi persamaan di antara nilai kini aliran tunai tambahan tahunan dengan kos pelaburan. Dalam erti kata lain, kadar pulangan dalaman ialah kadar diskaun yang memberikan nilai kini bersih sifar (NPV = 0). Kadar pulangan dalaman (IRR) juga dikenali kadar pulangan jangkaan projek.

Nilai kini aliran tunai tambahan tahunan = Nilai kini kos pelaburan

atau

$$\boxed{\sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+IRR)^t} = C_0}$$

IRR berlaku apabila NPV = 0, dengan menggunakan interpolasi atau ekstrapolasi, IRR boleh ditentukan dengan rumus berikut :

$$\boxed{IRR = r_1 + \frac{NPV_1}{(NPV_1 - NPV_2)} \times (r_2 - r_1)}$$

dengan r_1 ialan kadar diskaun lebih rendah yang dipilih, r_2 ialah kadar diskaun lebih tinggi yang dipilih, NPV_1 ialah NPV pada r_1 dan NPV_2 ialah NPV pada r_2. Nilai IRR bergantung kepada nilai r_1 dan r_2 yang dipilih semasa pengiraan NPV≈0.

Syarat penerimaan atau penyingkiran sesuatu projek pelaburan memerlukan perbandingan di antara kadar pulangan dalaman dan kadar pulangan yang dikehendaki oleh pelabur. Jika kadar pulangan dalaman lebih tinggi daripada kadar pulangan yang dijangka, projek pelaburan akan diterima.

Sebaliknya jika kadar pulangan yang dijangka lebih tinggi daripada kadar pulangan dalaman, projek pelaburan akan ditolak. Jika kadar pulangan dalaman adalah sama dengan kadar pulangan yang dijangka, projek pelaburan boleh diterima atau ditolak. Dalam erti kata lain, penerimaan atau penyingkiran projek tersebut mungkin tidak akan membawa banyak perubahan kepada kekayaan pelabur.

Contoh 5.3 : (IRR)

Jadual 5.3 di bawah menunjukkan aliran tunai bagi suatu projek pelaburan.

Jadual 5. 3

Akhir Tahun	0	1	2	3	4	5	6
Aliran tunai masuk (RM)			15,000	15,000	20,000	20,000	10,000
Aliran tunai keluar (RM)	50,000	10,000					

Syarikat pelaburan mengharapkan kadar pulangan projek tersebut sekurang-kurangnya 5% setahun. Anggarkan kadar pulangan dalaman (IRR) bagi projek tersebut. Berikan cadangan pelaburan anda.

Penyelesaian :

Cuba $r_1 = 5\%$,

$$NPV = \frac{-RM50000}{(1+0.05)^0} + \frac{-RM10000}{(1+0.05)^1} + \frac{RM15000}{(1+0.05)^2} + \frac{RM15000}{(1+0.05)^3} + \frac{RM20000}{(1+0.05)^4} + \frac{RM20000}{(1+0.05)^5} + \frac{RM10000}{(1+0.05)^6}$$

$$= RM6625.92$$

Cuba $r_2 = 10\%$,

$$NPV = \frac{-RM50000}{(1+0.1)^0} + \frac{-RM10000}{(1+0.1)^1} + \frac{RM15000}{(1+0.1)^2} + \frac{RM15000}{(1+0.1)^3} + \frac{RM20000}{(1+0.1)^4} + \frac{RM20000}{(1+0.1)^5} + \frac{RM10000}{(1+0.1)^6}$$

$$= -RM3701.06$$

$$IRR = r_1 + \frac{NPV_1}{(NPV_1 - NPV_2)} \times (r_2 - r_1)$$

$$= 5 + \frac{6625.92}{6625.92 - (-3701.06)} \times (10 - 5) = 8.21\%$$

Kadar pulangan dalaman (8.21%) lebih tinggi daripada kadar pulangan yang dijangka (5%). Projek pelaburan tersebut boleh diterima.

Contoh 5.4 : *(Penilaian IRR dua projek)*

Rujuk kepada Contoh 2 dan Jadual 5.2 di atas, kirakan kadar pulangan dalaman (IRR) bagi Projek A dan Projek B. Seterusnya beri cadangan pelaburan anda berdasarkan kadar pulangan dalaman (IRR).

Penyelesaian :

Projek A

$r_1 = 0.05, NPV_A = RM$732.68 (Rujuk Contoh 5.2)

Cuba $r_2 = 7\%\ atau\ 0.07,$

$$NPV_A = \frac{-RM40000}{(1+0.07)^0} + \frac{-RM8000}{(1+0.07)^1} + \frac{RM10000}{(1+0.07)^2} + \frac{RM7000}{(1+0.07)^3} + \frac{RM15000}{(1+0.07)^4} + \frac{RM20000}{(1+0.07)^5} + \frac{RM7000}{(1+0.07)^6}$$

$$= -RM2660.62$$

$$IRR_A = r_1 + \frac{NPV_1}{(NPV_1 - NPV_2)} \times (r_2 - r_1)$$

$$= 5 + \frac{732.68}{732.68 - (-2660.62)} \times (7 - 5) = 5.43\%$$

Projek B

$r_1 = 0.05, NPV_B = RM1440.08$ (Rujuk Contoh 5.2)

Cuba $r_2 = 10\%\ atau\ 0.10,$

$$NPV_B = \frac{-RM45000}{(1+0.1)^0} + \frac{-RM10000}{(1+0.1)^1} + \frac{RM10000}{(1+0.1)^2} + \frac{RM10000}{(1+0.1)^3} + \frac{RM20000}{(1+0.1)^4} + \frac{RM7000}{(1+0.1)^5} + \frac{RM10000}{(1+0.1)^6}$$

= - RM6773.04

$$IRR_B = r_1 + \frac{NPV_1}{(NPV_1 - NPV_2)} \times (r_2 - r_1)$$

$$= 5 + \frac{1440.08}{1440.08 - (-6773.04)} \times (10 - 5) = 5.88\%$$

Kadar pulangan Projek A, $IRR_A = 5.43\%$
Kadar pulangan Projek B, $IRR_A - 5.88\%$

Kedua-dua projek A dan B boleh diterima jika Projek A dan Projek B adalah tidak bersandar. Ini kerana kadar pulangan dalaman bagi kedua-dua projek melebihi kos modal projek. Dalam keadaan projek yang saling menyingkir/eksklusif, hanya projek B diterima sebab kadar pulangannya (5.88%) lebih tinggi daripada Projek A (5.43%). Dalam keadaan saling menyingkir/eksklusif, hanya satu projek akan diterima, projek lain akan ditolak.

Cadangan bacaan tambahan:

http://www.investopedia.com/exam-guide/cfa-level-1/quantitative-methods/discounted-cash-flow-npv-irr.asp

---

Latihan Kendiri 5.1 :

1. Pihak pengurusan sebuah kilang pembuatan sedang mempertimbangkan satu projek pembelian mesin baharu yang akan menyebabkan aliran tunai berikut:

Hujung tahun	0	1	2	3	4	5	6	7
Aliran tunai masuk (RM)		1000	2000	2500	3000	3500	4000	4000
Aliran tunai keluar (RM)	15 000							

Sekiranya pihak pengurusan ingin memperoleh sekurang-kurangnya 5% setahun daripada projek ini, kira nilai kini bersih (NPV) projek ini dan komen tentang tindakan yang akan diambil.

[RM964.07]

2. Suatu pelaburan dalam satu proses baharu dijangka akan mengakibatkan aliran tunai seperti berikut:

Hujung tahun	0	1	2	3	4	5	6
Aliran tunai masuk (RM)			10 000	10 000	15 000	20 000	10 000
Aliran tunai keluar (RM)	40 000	8000					

Syarikat tersebut ingin mendapat keuntungan sekurang-kurang 5% setahun daripada projek ini. Selain itu, pelaburan ini memerlukan perbelanjaan berkala RM3000 setiap tiga tahun. Kira nilai kini bersih (NPV) projek ini dan komen tentang tindakan yang akan diambil.

[RM732.68]

3. Satu pelaburan dengan anggaran aliran tunai bersih berikut sedang dipertimbangkan:

Tahun 0	Tahun 1	Tahun 2	Tahun 3	Tahun 4
-RM9500	+RM3000	+RM4700	+RM4800	+RM3200

Apakah NPV sekiranya kadar diskaun ialah 20%? Adakah projek ini dapat diterima?

[RM584.88]

4. Dua pelaburan saling eksklusif mempunyai aliran tunai seperti berikut:

	Tahun 0	Tahun 1	Tahun 2	Tahun 3
Projek A	-24 000	+8000	+12 000	+16 000
Projek B	-24 000	+16 000	+10 000	+8000

Dengan menganggap kos model sebagai 10%, kira NPV dan anggarkan IRR untuk kedua-dua projek. Komen terhadap tindakan yang akan diambil.

[NPV_A = RM5211.12, IRR_A = RM19.79%; NPV_B = RM4820.44, IRR_B = 21.56%]

5.2 Inflasi dan Cukai

Inflasi ialah satu keadaan kenaikan harga umum dalam ekonomi secara berterusan. Kadar inflasi diukur dengan menggunakan Indeks Harga Pengguna (IHP) atau *Consumer Price Index* (CPI). Rumus kadar inflasi (KI) ialah,

$$\boxed{KI_{x+1} = \frac{CPI_{x+1} - CPI_x}{CPI_x}}$$

Contoh 5.5 :

Cari kadar inflasi (KI) setiap tahun dari 2001 hingga 2003,

Tahun	Indeks Harga Pengguna (*CPI*)
2000	105.5
2001	130.3
2002	140.5
2003	156.8

Penyelesaian :

Guna Rumus,

$$KI_{x+1} = \frac{CPI_{x+1} - CPI_x}{CPI_x}$$

$$KI(2001) = \frac{130.3 - 105.5}{105.5} = 23.5\%$$

$$KI(2002) = \frac{140.5 - 130.3}{130.3} = 7.8\%$$

$$KI(2003) = \frac{156.8 - 140.5}{140.5} = 11.6\%$$

Contoh 5.6 :

Indeks Harga Pengguna (*CPI*) untuk bulan Jan ialah 150 dan *CPI* untuk bulan Februari ialah 156.5. Kira kadar inflasi untuk bulan Februari. Seterusnya kira kadar inflasi tahunan.

Penyelesaian :

$$KI_{Feb} = \frac{156.5 - 150}{150} = 4.33\%$$

$$\begin{aligned} Kadar\ Inflasi\ Tahunan &= (1 + kadar\ bulanan)^{12} - 1 \\ &= (1 + 0.0433)^{12} - 1 \\ &= 0.663\ atau\ 66.3\% \end{aligned}$$

Contoh 5.7 :

Jika Indeks Harga Pengguna (*CPI*) pada tahun 2016 ialah 125, cari nilai ringgit pada tahun 2016.

Penyelesaian :

$$Nilai\ Ringgit = \frac{100}{CPI}$$

$$Nilai\ ringgit\ pada\ 2016 = \frac{100}{125} = RM0.80$$

Nota: Dalam keadaan inflasi, nilai ringgit menyusut

Inflasi merupakan kenaikan umum dalam harga barangan melalui masa. Inflasi mengurangkan kuasa membeli (*purchasing power*) wang. Contohnya jumlah barangan yang dapat dibeli dengan RM100 dalam tahun 2010 adalah kurang daripada jumlah barangan yang diberi dengan RM100 dalam tahun 2000. Itulah salah satu sebab anda diberi faedah apabila anda menyimpan wang dalam bank sebagai ganti rugi pengurangan kuasa membeli wang yang anda simpan.

5.2.1 Kadar Pulangan Sebenar (*Real Rate of Return/Real Rate of Interest*)

Katakan kadar faedah wang ialah 6% dan kadar inflasi ialah 4%. Ini bermakna jika anda menyimpan RM100, anda akan dapat RM106 selepas satu tahun. Barangan berharga RM100 pada masa anda menyimpan wang itu berharga RM104 sekarang. Katakan jika RM100 yang disimpan itu mempunyai kuasa membeli 1, maka kuasa membeli bagi RM106 selepas satu tahun ialah 106/104 = 1.01923. Jadi kadar faedah selepas mempertimbangkan kesan inflasi ialah 1.923% setahun, kadar 1.923% tersebut dikenali sebagai kadar faedah sebenar (real rate of interest) atau kadar pulangan sebenar (real rate of return). Kadar faedah wang 6% itu dikenali sebagai kadar nominal (maksud kadar nominal yang digunakan di sini berbeza daripada maksud yang digunakan dalam tajuk-tajuk yang awal).

Rumus Kadar Pulangan Sebenar (Real Rate of Return) diberi seperti berikut :

$$Kadar\ pulangan\ sebenar = \frac{1 + kadar\ nominal}{1 + kadar\ inflasi} - 1$$

Dengan menggunakan contoh yang dibincangkan di atas di mana kadar nominal = 6% dan kadar inflasi 4%, maka

$$Kadar\ pulangan\ sebenar = \frac{1 + 0.06}{1 + 0.04} - 1$$

$$= 0.01923\ atau\ 1.923\%$$

Contoh 5.8 :

Kadar faedah wang 10 peratus dan kadar inflasi ialah 6%. Cari kadar pulangan sebenarnya.

Penyelesaian :

$$Kadar\ pulangan\ sebenar = \frac{1+0.1}{1+0.06} - 1$$
$$= 0.0377\ atau\ 3.77\%$$

Contoh 5.9 :

RM1000 akan diterima pada akhir tahun kelima. Jika kadar inflasi yang dijangkakan pada tahun kelima ialah 6%, cari nilai aliran tunai sebenarnya.

Penyelesaian :

$$Aliran\ tunai\ sebenar = \frac{1000}{(1+0.06)^5}$$
$$= RM747.26$$

Contoh 5.10 :

RM1000 akan diterima pada akhir tahun kelima. Jika kadar wang dan kadar inflasi yang dijangkakan pada tahun ke-5 masing-masing ialah 10% dan 6%, cari nilai kini aliran tunai itu.

Penyelesaian :

Cara 1: Mendiskaunkan aliran tunai wang pada kadar wang

$$Nilai\ kini\ aliran\ tunai = \frac{1000}{(1+0.1)^5}$$
$$= RM620.92$$

Cara 2: Mendiskaunkan aliran tunai wang pada kadar sebenar

$$Aliran\ tunai\ sebenar = \frac{1000}{(1+0.06)^5}$$
$$= RM747.26 \text{ (Contoh 5.9)}$$

$$Kadar\ pulangan\ sebenar = \frac{1+0.1}{1+0.06} - 1$$
$$= 0.03774\ atau\ 3.774\%\ \text{(contoh 5.8)}$$

Maka,

$$Nilai\ kini\ aliran\ tunai = \frac{747.26}{(1+0.03774)^5}$$
$$= RM620.91$$

5.2.2 Cukai Pendapatan Individu

Di bawah Akta Cukai Pendapatan 1967, setiap individu yang menerima pendapatan mesti membayar cukai. Individu yang memahami cara pengiraan cukai boleh merancang perbelanjaannya dengan lebih teratur. Jenis borang tafsiran cukai individu adalah seperti yang berikut :

B : Individu dengan pendapatan perniagaan dan pendapatan bukan perniagaan
BE : individu dengan pendapatan penggajian
M : Individu bukan bermastautin

Rajah 5.1 menunjukkan Jadual Kadar Cukai Pendapatan Individu bagi Tahun Tafsiran 2015 dan dua contoh pengiraan cukai ditunjukkan dalam Rajah 5.2.

JADUAL CUKAI

KATEGORI	BANJARAN PENDAPATAN BERCUKAI (a)	PENGIRAAN CUKAI RM (b)	KADAR % (c)	CUKAI RM (d)
A	0 - 5,000	5,000 pertama	0	0
B	5,001 - 20,000	5,000 pertama 15,000 berikutnya	1	0 150
C	20,001 - 35,000	20,000 pertama 15,000 berikutnya	5	150 750
D	35,001 - 50,000	35,000 pertama 15,000 berikutnya	10	900 1,500
E	50,001 - 70,000	50,000 pertama 20,000 berikutnya	16	2,400 3,200
F	70,001 - 100,000	70,000 pertama 30,000 berikut	21	5,600 6,300
G	100,001 - 250,000	100,000 pertama 150,000 berikutnya	24	11,900 36,000
H	250,001 - 400,000	250,000 pertama 150,000 berikutnya	24.5	47,900 36,750
I	Lebih 400,000	400,000 pertama Setiap ringgit berikutnya	25	84,650 ……………

Rajah 5. 1 (Buku Panduan BE 2015, m/s 15)

B11b Cukai ke atas baki

Contoh I :

Pendapatan bercukai di **B10 atau B10b**: **RM5,500**

Guna pengiraan di **kategori B** jadual cukai seperti berikut:

Cukai ke atas **RM5,000** yang pertama	**RM 0.00**
Cukai ke atas baki **RM500 @ 1%**	**RM 5.00**
Jumlah cukai pendapatan	**RM 5.00**

Masukkan dalam Borang BE di ruang B11a dan B11b seperti berikut:

Cukai ke atas yang pertama	5,000	.00			0	.00
Cukai ke atas baki	500	.00	Atas Kadar (%)	1	5	.00

Contoh II :

Pendapatan bercukai di **B10 atau B10b**: **RM60,000**

Guna pengiraan di **kategori E** jadual cukai seperti berikut:

Cukai ke atas **RM50,000** yang pertama	**RM2,400.00**
Cukai ke atas baki **RM10,000 @ 16%**	**RM1,600.00**
Jumlah cukai pendapatan	**RM4,000.00**

Masukkan dalam Borang BE di ruang B11a dan B11b seperti berikut:

Cukai ke atas yang pertama	50,000	.00			2,400	.00
Cukai ke atas baki	10,000	.00	Atas Kadar (%)	1 6	1,600	.00

Rajah 5. 2 : Contoh pengiraan cukai

Contoh 5.11 :

Berpandukan Jadual Kadar Cukai Pendapatan Individu pada Rajah 5.1, kirakan jumlah pendapatan bercukai bagi individu yang mempunyai jumlah pendapatan penggajian sebanyak RM50 000 dan jumlah pelepasan cukai sebanyak RM12 000.

Penyelesaian :

Pendapatan penggajian	RM50 000
Tolak Pelepasan cukai	RM12 000
Pendapatan Bercukai	RM38 000

Guna pengiraan di kategori E dalam Jadual Cukai (Rajah 5.1)

Cukai ke atas RM35 000 pertama	RM900
Cukai ke atas baki RM3000 @10%	RM300
Jumlah cukai pendapatan	RM1200

Rebat Cukai diberikan kepada pembayar dengan pendapatan bercukai yang tidak melebihi RM35 000. Rujuk kepada Rajah 5.3 berikut untuk keterangan lanjut.

B13	Jumlah Rebat	
	Rebat cukai sendiri	Rebat cukai sendiri adalah sebanyak RM400 bagi pendapatan bercukai yang tidak melebihi RM35,000. Perenggan 6A(2)(a)
	Rebat cukai suami / isteri	Rebat cukai suami / isteri adalah sebanyak RM400 bagi pendapatan bercukai yang tidak melebihi RM35,000 dan telah dibenarkan pelepasan suami / isteri sebanyak RM3,000. Perenggan 6A(2)(b) / 6A(2)(c)
	Zakat dan fitrah	Bayaran zakat dan fitrah yang dibuat dalam tahun asas. Subseksyen 6A(3)

Rajah 5. 3 (Buku Panduan BE 2015, mls16)

Contoh 5.12 :

Seorang pekerja yang masih bujang, menerima jumlah pendapatan penggajian sebanyak RM40 000 dengan jumlah pelepasan diri sebanyak RM12 000 bagi tahun tafsiran 2015.Kirakan

(a) pendapatan bercukai bagi tahun tafsiran.
(b) bayaran cukai bagi tahun tafsiran.

Penyelesaian :

(a)

Pendapatan penggajian	RM40 000
Tolak pelepasan diri	RM12 000
Pendapatan bercukai	RM28 000

(b) Guna pengiraan di kategori C dalam Jadual Cukai (Rajah 5.1)

Cukai ke atas RM20 000 pertama	RM150
Cukai ke atas baki RM8000 @5%	RM400
Jumlah cukai pendapatan	RM550
Tolak Rebat cukai (Rujuk Rajah 5.3)	-RM400
Bayaran cukai	RM150

Contoh 5.13 :

Seorang individu yang masih bujang, menerima jumlah pendapatan penggajian sebanyak RM30 000 dengan jumlah pelepasan diri sebanyak RM9000 bagi tahun tafsiran 2015. Kirakan

(a) pendapatan bercukai bagi tahun tafsiran 2015.
(b) bayaran cukai bagi tahun tafsiran 2105.

Penyelesaian :

(a)

Pendapatan penggajian	RM30 000
Tolak pelepasan diri	RM9000
Pendapatan bercukai	RM21 000

(b) Guna pengiraan di kategori C dalam Jadual Cukai (Rajah 5.1)

Cukai ke atas RM20 000 pertama	RM150
Cukai ke atas baki RM1000 @5%	RM50
Jumlah cukai pendapatan	RM200
Tolak rebat cukai (Rujuk Rajah 5.3)	-RM400
Bayaran cukai	-RM150

Individu itu tidak perlu membayar cukai pada tahun tafsiran 2015.

Nota: Pengiraan cukai pendapatan berubah mengikut tahun tafsiran.

Cadangan Aktiviti Kumpulan :

Diberi satu contoh Borang Tafsiran Borang BE 2015 (Lampiran 1).
1. Bincangkan maklumat/perkara dalam bahagian-bahagian borang tersebut.
2. Kaji perkaitan di antara bahagian-bahagian dalam Lampiran 1 dengan contoh borang pengesahan penerimaan e_BE seperti pada Rajah 5.4.
3. Berpandukan Jadual Kadar Cukai Pendapatan Individu pada Rajah 5.1, berikan justifikasi ke atas pengiraan Jumlah Cukai yang Dikenakan adalah RM2 297.

e-Filing LHDNM
Mudah Tepat Selamat

PENGESAHAN PENERIMAAN e-BE BAGI TAHUN TAKSIRAN 2015
ACKNOWLEDGEMENT RECEIPT e-BE FOR YEAR ASSESSMENT 2015

Nombor Siri ***Serial Number***	**BE 1079277**
Nama *Name*	
No. Cukai Pendapatan *Income Tax No.*	
No. Pengenalan *Identification No.*	
Jumlah Pendapatan *Total Income*	RM 69,058
Pendapatan Bercukai *Chargeable Income*	RM 48,970
Jumlah Cukai Yang Dikenakan *Total Tax Charged*	RM 2,297.00
CUKAI KENA DIBAYARTAHUN TAKSIRAN 2015 ***YEAR OF ASSESSMENT 2015 Tax Payable***	RM 2,297.00
Ansuran/Potongan Cukai Bulanan (PCB) telah dibayar untuk pendapatan tahun 2015 - SENDIRI dan SUAMI/ISTERI bagi taksiran bersama *Instalments/Monthly Tax Deductions (MTD) paid for 2015 income - SELF and HUSBAND / WIFE for joint assessment*	RM 3,591.75
LEBIHAN BAYARANTAHUN TAKSIRAN 2015 ***YEAR OF ASSESSMENT 2015 TAX PAID IN EXCESS***	RM 1,294.75
Tunggakan Cukai Termasuk Ansuran Sehingga 15/02/2016 *Tax Arrears Up to 15/02/2016*	RM 0.00
LEBIHAN BAYARAN TERKINI *Latest Tax Paid In Excess*	RM 1,294.75

Rajah 5. 4 Borang pengesahan penerimaan e-BE

Latihan Kendiri 5.2 :

1. Diberi,

Tahun	Indeks Harga Pengguna, CPI
2000	107.4
2001	108.9
2002	110.6
2003	115.2

Cari kadar inflasi bagi setiap tahun dari 2001 hingga 2003

[2001 = 1.4%, 2002 = 1.6%, 2003 = 4.2%]

2. Indeks Harga Pengguna (CPI) untuk bulan September ialah 128 dan IHP untuk bulan Oktober ialah 134. Kira

(a) kadar inflasi untuk bulan Oktober. *[4.7%]*
(b) kadar inflasi tahunan. *[73.3%]*

3. Jika Indeks Harga Pengguna (CPI) pada tahun 2000 ialah 112, kira nilai ringgit pada tahun 2000.

[0.89]

4. Jika kadar wang ialah 14% dan kadar inflasi ialah 10%, cari kadar faedah sebenar/kadar pulangan sebenar.

[3.6%]

5. RM3600 akan diterima pada akhir tahun pada akhir tahun kedua. Jika kadar inflasi yang dijangkakan pada tahun kedua ialah 10%, cari nilai aliran tunai sebenar.

[RM2975.21]

6. Sebanyak RM4500 akan diterima pada akhir tahun ketiga. Jika kadar wang dan kadar inflasi yang dijangkakan pada masa itu masing-masing ialah 10% dan 6%, cari nilai kini aliran tunai ini.

[RM3380.92]

7. Cari cukai perlu bayar bagi pendapatan bercukai individu berikut.

(a) RM30 000 bagi tahun 2015 *[RM250]*
(b) RM50 000 bagi tahun 2015 *[RM2400]*

8. Jumlah pendapatan bercukai Abu bagi tahun 2015 ialah RM33 000, kirakan cukai yang perlu dibayar oleh Abu.

[RM400]

9. Jumlah pendapatan Karen bagi tahun 2015 ialah RM 60 000 dan jumlah pelepasan cukainya ialah RM12 000. Kirakan bayaran cukainya pada tahun tafsiran 2015.

[RM2200]

10. Pada tahun 2015, seseorang individu mempunyai jumlah pendapatan RM48 000 dan jumlah pelepasan cukai RM 12 000. Kirakan cukai yang perlu dibayar oleh individu tersebut jika dia membayar zakat sebanyak RM300.

[RM700]

5.3 Bon

Bon adalah satu kontrak bertulis di antara peminjam dan pemberi pinjaman (pemegang bon). Menerusi kontrak ini, peminjam berjanji untuk membayar sejumlah wang tertentu pada suatu tarikh akan datang yang ditentukan, dan membuat bayaran faedah pada kadar yang tertentu, pada selang masa yang sama sehingga bon itu ditebus.

5.3.1 Pengenalan dan Terminologi

Nilai muka (*face value*) bon adalah jumlah yang dinyatakan dalam bon. Ia adalah jumlah yang dibayar kepada pemegang bon pada tempoh matang bon. Nilai muka juga dikenali sebagai nilai tara (*par value*).

Kadar pulangan faedah suatu bon dipanggil **kadar faedah nominal** (*nominal interest rate*) atau kadar dividen atau kadar kupon. Ini biasanya dikenali sebagai peratusan tahunan nilai muka bon. Bayaran faedah biasanya dibuat secara berkala.

Harga penebusan bon adalah nilai bon dibayar pada tempoh matang. Harga penebusan biasanya ialah nilai muka. Jika harga penebusan bersamaan dengan nilai muka, maka bon itu dikatakan ditebus pada nilai tara. Jika harga penebusan lebih tinggi daripada nilai muka, maka bon itu dikatakan ditebus atas nilai tara. Harga penebusan bon dinyatakan dalam kontrak bon. Katakan suatu bon ditebus pada 105, ini bermakna harga penebusan bon ialah 105% daripada nilai mukanya.

Kadar pulangan (*yield rate*) atau kadar efektif ialah kadar di mana pemegang bon memperolehi keuntungan daripada pelaburannya. Kadar ini ditentukan oleh pasaran bon dan dipengaruhi oleh faktor-faktor seperti penawaran dan permintaan wang, aktiviti pasaran terbuka bagi Rizab Bank, kredit tertunggak dan sebagainya. Kadar pulangan (*yield rate*) mungkin lebih tinggi atau lebih rendah daripada kadar nominal. Kadar nominal telah ditetapkan dalam tempoh hayat bon tetapi kadar efektif berubah dari masa ke semasa.

5.3.2 Harga Bon

Bon dibeli di pasaran bon terbuka. Harga belian suatu bon ialah jumlah yang dibayar oleh pemegang bon kepada peminjam pada masa bon asal dikeluarkan atau harga bon diniagakan di antara pelabur-pelabur dalam pasaran selepas bon dikeluarkan. Harga Bon biasanya berbeza daripada harga penebusan atau nilai tara. Sekiranya harga bon lebih tinggi daripada nilai muka, lebihan ini dikatakan bon premium. Jika harga bon lebih rendah daripada nilai muka, perbezaan ini dikenali sebagai bon diskaun.

Pemegang bon memperoleh faedah daripada
(a) bayaran dividen sepanjang tempoh bon sehingga matang
(b) Harga penebusan bon pada masa bon matang

Oleh yang demikian, harga belian bon merupakan kombinasi nilai kini anuiti bayaran berkala faedah dan nilai kini harga bon.

Berikut ialah pembentukan formula bagi mencari harga belian bon.

Katakan *F* ialah nilai muka dan *C* ialah harga penebusan bon, *n* ialah bilangan berkala sebelum bon ditebus dan i_d ialah kadar faedah per kala.
Bayaran dividen berkala, *R* (kadar berkala) diberi oleh,

$$R = F \times i_d$$

Katakan *i* ialah kadar pulangan (*yield rate*) per kala, nilai kini anuiti bayaran dividen berkala bagi *R* untuk *n* kala diberi oleh

$$PV_1 = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Nilai kini harga penebusan bon diberi oleh

$$PV_2 - C(1+i)^{-n}$$

Katakan *V* ialah harga belian bon, harga belian bon diberi oleh

$$V = PV_1 + PV_2$$

$$\boxed{V = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + C(1+i)^{-n}}$$

Nota: Jika suatu bon ditebus pada nilai tara, maka *C* = *F* dan harga belian bon akan diberi oleh,

$$\boxed{V = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + F(1+i)^{-n}}$$

Contoh 5.14 :

Suatu bon dengan nilai muka RM100 dan akan matang dalam 10 tahun. Kadar faedah nominal bon ialah 12% setahun dan dividen dibayar secara tahunan. Kirakan harga belian bon jika kadar pulangan efektifnya ialah 10%.

Penyelesaian :

Nilai muka bon, *F* = RM100

Kadar faedah nominal = 12% = 0.12

Faedah dikompaun secara tahunan, $i_d = 0.12$

Bayaran dividen tahunan diberi oleh $R = F \times i_d$

R = 100 x 0.12 = RM120

Bilangan kala sebelum penebusan, *n* = 10

Kadar efektif, *i* = 10% = 0.1

Nilai kini bagi semua bayaran dividen diberi oleh,

$$P_1 = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$P_1 = 120\left[\frac{1-(1+0.1)^{-10}}{0.1}\right] = 73.74$$

Nilai kini bagi nilai muka bon diberi oleh,

$$P_2 = F(1+i)^{-n}$$

$$P_2 - 100(1+0.1)^{-10} - 38.55$$

Jadi, harga belian bon ialah $V = P_1 + P_2$

$$V = RM73.74 + RM38.55 = RM112.29$$

Contoh 5.15 :

Kirakan harga belian bon yang nilai mukanya RM800 dengan kadar faedah nominal 6%. Dividen dibayar dua kali setahun dan bon ditebus pada nilai tara. Kadar pulangan ialah 8% dan dikompaun dua kali setahun dan akan matang dalam masa lima tahun.

Penyelesaian :

Nilai muka bon, *F* = RM800

Kadar faedah nominal = 6% = 0.06

Faedah dikompaun dua kali setahun, $i_d = \frac{0.06}{2} = 0.03$

Bayaran dividen dua kali setahun diberi oleh $R = F\ X\ i_d$

R = 800 x 0.03 = RM24

Kadar pulangan ialah 8% =0.08, dikompaun dua kali setahun

Jadi, $i = \frac{0.08}{2} = 0.04$

Bilangan tahun = 5

Bilangan kala sebelum penebusan, *n* = 5 x 2 = 10

Nilai kini bagi semua bayaran dividen diberi oleh,

$$PV_1 = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$PV_1 = 24\left[\frac{1-(1+0.04)^{-10}}{0.04}\right] = 194.66$$

Nilai kini bagi nilai muka bon diberi oleh,

$$PV_2 = F(1+i)^{-n}$$

$$PV_2 - 800(1+0.04)^{-10} - 540.45$$

Jadi, harga belian bon ialah $V = PV_1 + PV_2$

$$V = \mathrm{RM}194.66 + \mathrm{RM}540.45 = \mathrm{RM}735.11$$

Contoh 5.16 :

Nilai suatu bon RM2000 dengan kadar faedah nominal 6%, ditebus pada akhir tahun ke-10 pada 105. Kirakan harga belian bon jika kadar pulangan efektifnya 7%.

Penyelesaian :

Nilai muka bon, F = RM2000

Bon ditebus pada 105 dan ini bermakna harga penebusan bon ialah 105% daripada nilai mukanya. Jadi harga penebusan bon, C = 1.05 x 2000 = RM2100.

Kadar faedah nominal, i_d = 6% = 0.06

Bayaran dividen tahunan diberi oleh $R = F\ X\ i_d$

R = 2000 x 0.06 = RM120

Bilangan kala sebelum penebusan, n = 10

Kadar pulangan tahunan $i = 7\% = 0.07$

Harga belian bon diberi oleh ,

$$V = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + F(1+i)^{-n}$$

$$V = 120\left[\frac{1-(1+0.07)^{-10}}{0.07}\right] + 2100(1+0.07)^{-10}$$

$$V = RM842.83 + RM1067.53 = RM1910.36$$

Latihan Kendiri 5.3:

1.	Suatu bon bertempoh 5 tahun, bernilai muka RM800 dan berkadar kupon 6%, dividen dibayar dua kali setahun dan matang pada harga nilai muka. Jika kadar pulangan 8% dikompaun dua kali setahun, cari harga belian bon tersebut. *[RM735.11]*
2.	Suatu bon RM1000 membayar dividen tahunan 8.5% matang pada nilai muka dalam tempoh 10 tahun. Cari harga belian bon jika pelabur mengharapkan kadar pulangan 8%. *[RM1033.55]*
3.	Suatu bon bernilai muka RM5000 matang dalam tempoh 12 tahun. Kadar faedah nominal tahunan ialah 12%. Apakah harga belian bon tersebut supaya kadar pulangan efektif 10%? *[RM5681.37]*
4.	Seorang pelabur ingin membeli sebuah bon bertempoh tiga tahun dengan nilai muka RM1 000 dengan kadar nominal 10%. Apakah harga belian bon jika bon tersebut matang pada nilai muka dan pelabur tersebut mengharapkan kadar pulangan14%? *[RM907.13]*
5.	Kirakan harga belian bon bagi bon RM500, berkadar kupon 4% dan dividen dibayar dua kali setahun dan ditebus pada 104 dalam masa 5 tahun. Kadar pulangannya ialah 6% dan dikompaun dua kali setahun. *[RM472.18]*

5.4 Mempamerkan Kemahiran Pengurusan dan Keusahawanan Melalui Penilaian Projek Pelaburan

Contoh 5.17:: *(Contoh Penilaian Projek Pelaburan)*

Syarikat Intertel ingin melabur dalam salah satu projek (A atau B). Aliran tunai dengan kos kapital 10% bagi projek A dan projek B ditunjukkan dalam jadual di bawah. Sebagai seorang penasihat kewangan, anda perlu menganalisis dan menilai projek-projek tersebut dengan menggunakan teknik Nilai kini bersih (NPV) dan Kadar pulangan dalaman (IRR). Seterusnya, anda dikehendaki memberi nasihat kepada syarikat tersebut dalam pemilihan pelaburan.

Tahun	0	1	2	3
Projek A	-24 000	+8000	+12 000	+16 000
Projek B	-24 000	+16 000	+10 000	+8000

Penyelesaian :

Untuk menilai sesuatu projek, nilai kini bersih (NPV) dan kadar pulangan dalaman (IRR) perlu dikira.

$NPV_A = +5200$

$NPV_B = +4812$

$IRR_A = 21.26\%$

$IRR_B = 23.09\%$

Cadangan kepada pemilihan pelaburan:

<u>Pemilihan projek berdasarkan nilai kini bersih (NPV)</u>

Kedua-dua projek A dan B mempunyai NPV > 0, kedua-dua projek boleh diterima jika projek-projek tersebut adalah projek bebas atau tidak bersandar. Jika kedua-dua projek adalah saling menyingkiri, maka hanya projek A dipilih sebab $NPV_A = +5200 > NPV_B = +4812$.

<u>Pemilihan projek berdasarkan kadar pulangan dalaman (IRR)</u>

Kedua-dua projek A dan B mempunyai IRR > 10%, kedua-dua projek boleh diterima jika projek-projek tersebut adalah projek bebas atau tidak bersandar. Jika kedua-dua projek adalah saling menyingkiri, maka hanya projek B dipilih sebab $IRR_B = 23.09\% > IRR_A = 21.26\%$.

<u>Konflik dalam pemilihan projek sekiranya kedua-dua projek adalah saling menyingkiri</u>

Analisis NPV dan IRR bagi projek A dan projek B bercanggah, kejadian tersebut wujud atas dua sebab iaitu apabila saiz projek berbeza atau masa aliran tunai yang diterima berbeza di antara projek A dan B. Boleh dikatakan konflik tersebut disebabkan aliran tunai tambahan tahunan Projek B diterima lebih awal daripada aliran tunai tambahan tahunan Projek A. Dalam keadaan ini, pemilihan projek B menyediakan dana untuk pelaburan semula pada tempoh yang lebih awal. Perkara yang sama juga akan timbul jika wujud perbezaan saiz di antara projek.

Jika kos pelaburan awal satu projek lebih besar daripada kos pelaburan awal satu projek yang lain, syarikat akan mempunyai lebihan dana pada tahun t = 0 yang boleh dilabur jika syarikat tersebut memilih projek yang mempunyai kos pelaburan awal lebih rendah. Ini bermakna, persoalan utama yang perlu dipertimbangkan oleh pengurus kewangan syarikat ialah dari aspek kadar pulangan yang dapat diterima daripada aliran tunai lebihan tersebut.

Aktiviti:

Kaji suatu projek pelaburan (rujuk kepada internet) yang mengaplikasikan penilaian projek berdasarkan kadar pulangan dalaman (*IRR*) dan Nilai Kini Bersih (*NPV*). Tunjukkan langkah-langkah pengiraan Kadar Pulangan Dalaman (IRR) dan Nilai Kini Bersih (*NPV*). Bincangkan bagaimana penilaian projek dibuat dan berikan cadangan pelaburan anda.

Lembaga Hasil Dalam Negeri Malaysia

BORANG NYATA INDIVIDU
[PEMASTAUTIN YANG TIDAK MENJALANKAN PERNIAGAAN] DI BAWAH SEKSYEN 77 AKTA CUKAI PENDAPATAN 1967
Borang ini ditetapkan di bawah seksyen 152 Akta Cukai Pendapatan 1967

Borang **BE** | TAHUN TAKSIRAN **2015**

UNTUK KEGUNAAN PEJABAT

Tarikh Terima (1)	Tarikh Terima (2)

Tarikh :

MAKLUMAT ASAS

1	Nama (seperti di dokumen pengenalan diri)				
2	No. Cukai Pendapatan		3	No. Pengenalan	
4	No. Pasport Semasa		5	No. Pasport Didaftar Dengan LHDNM	

BAHAGIAN A: MAKLUMAT INDIVIDU

A1	Warganegara	Guna Kod Negara (Isi "MY" jika warganegara Malaysia)	A2	Jantina	1 = Lelaki 2 = Perempuan
A3	Tarikh Lahir		A4	Status Pada 31-12-2015	1 = Bujang 2 = Kahwin 3 = Janda/Duda 4 = Mati
A5	Tarikh Kahwin / Cerai / Mati				
A6	Jenis Taksiran	1 = Bersama atas nama suami 2 = Bersama atas nama isteri	3 = Berasingan 4 = Diri sendiri di mana suami / isteri tiada pendapatan atau tiada punca pendapatan / pendapatan dikecualikan cukai	5 = Diri sendiri (bujang/janda/duda/simati)	

BAHAGIAN B: PENDAPATAN BERKANUN, JUMLAH PENDAPATAN, CUKAI KENA DIBAYAR DAN KEDUDUKAN CUKAI

			RM	Sen
B1	Pendapatan berkanun penggajian	B1		. 00
B2	Pendapatan berkanun sewa	B2		. 00
B3	Pendapatan berkanun faedah, diskaun, royalti, premium, pencen, anuiti, bayaran berkala lain dan apa-apa perolehan atau keuntungan lain	B3		. 00
B4	PENDAPATAN AGREGAT (B1 + B2 + B3)	B4		. 00
B5	**TOLAK:** Jumlah Derma Dan Hadiah Yang Diluluskan	B5		. 00
B6	JUMLAH PENDAPATAN (SENDIRI) (B4 – B5) (Isi " 0" jika nilai negatif)	B6		. 00
B7	JUMLAH PENDAPATAN YANG DIPINDAHKAN DARI SUAMI / ISTERI * BAGI TAKSIRAN BERSAMA	B7		. 00
	*Jenis pendapatan SUAMI / ISTERI yang dipindahkan: 1 = Ada pendapatan perniagaan 2 = Tiada pendapatan perniagaan			
B8	JUMLAH PENDAPATAN YANG DISATUKAN (B6 + B7)	B8		. 00
B9	Jumlah Pelepasan (Amaun dari F19)	B9		. 00
B10	PENDAPATAN BERCUKAI (B6 – B9) atau (B8 – B9) (Isi "0" jika nilai negatif)	B10		. 00
B10a	Pelepasan Khas RM2,000 (Jika B4 tidak melebihi RM96,000)	B10a		. 00
B10b	PENDAPATAN BERCUKAI (B10 – B10a) (Isi "0" jika nilai negatif)	B10b		. 00

B11 PENGIRAAN CUKAI PENDAPATAN (Rujuk jadual kadar cukai yang disediakan di Portal Rasmi LHDNM, http://www.hasil.gov.my)

B11a	Cukai ke atas yang pertama	. 00		B11a	.
B11b	Cukai ke atas baki	. 00	Atas Kadar (%)	B11b	.
B12	JUMLAH CUKAI PENDAPATAN (B11a + B11b)			B12	.
B13	**TOLAK:** Jumlah Rebat Sendiri	.00	Suami / Isteri .00 Zakat dan Fitrah .	B13	.
B14	JUMLAH CUKAI YANG DIKENAKAN (B12 – B13) (Isi " 0" jika nilai negatif)			B14	.
B15	**TOLAK:** Seksyen 110 (lain - lain)	.	Seksyen 132 dan 133 .	B15	.
B16	CUKAI KENA DIBAYAR (B14 – B15)			B16	.
B17	**ATAU:** CUKAI DIBAYAR BALIK (B15 – B14)			B17	.
B18	Ansuran / Potongan Cukai Bulanan (PCB) yang telah dibayar untuk pendapatan tahun 2015 – SENDIRI dan SUAMI / ISTERI bagi taksiran bersama			B18	.
B19	Baki Cukai Kena Dibayar (B16 – B18) / Cukai Terlebih Bayar (B18 – B16)			B19	.

(Tandakan " X " jika Cukai Terlebih Bayar

AKUAN

Saya ______ No. Pengenalan / Pasport ______

dengan ini mengakui bahawa maklumat mengenai pendapatan dan tuntutan bagi potongan pelepasan yang saya berikan dalam borang nyata ini dan dokumen yang disertakan adalah benar, betul dan lengkap.

1 = Borang nyata ini bagi pihak saya sendiri 2 = Borang nyata ini bagi pihak individu di ruangan 1
3 = Sebagai pentadbir harta pusaka (jika A4 = 4)*

* Borang ini bukan pemberitahuan di bawah subseksyen 74(3) ACP 1967. Sila isi Borang CP57 (Pemberitahuan Kematian Pembayar Cukai) di Portal Rasmi LHDNM, http://www.hasil.gov.my

Tandatangan

Tarikh

BAHAGIAN C: MAKLUMAT SUAMI / ISTERI

C1	Nama Suami / Isteri (seperti di dokumen pengenalan diri)				
C2	No. Pengenalan		C3	Tarikh Lahir	
C4	No. Pasport				

Nama : .... No. Cukai Pendapatan : ....

BAHAGIAN D:	MAKLUMAT LAIN				
D1 No. Telefon		No. Telefon Bimbit		D2 e-Mel	
D3 Nama Bank *				D4 No. Akaun Bank *	
D5 No. Majikan	E				

D6 Telah melupuskan syer dalam syarikat harta tanah dan/ atau harta tanah di bawah Akta Cukai Keuntungan Harta Tanah 1976?	1=Ya	2 = Tidak
D7 Telah melaporkan pelupusan tersebut kepada LHDNM? (jika D6 = 1)	1=Ya	2 = Tidak

* *NOTA: Isikan Nama Bank dan No. Akaun Bank bagi tujuan bayaran balik cukai pendapatan secara elektronik*

BAHAGIAN E: PENDAPATAN TAHUN KEBELAKANGAN YANG BELUM DILAPORKAN

	Jenis Pendapatan	Bayaran Bagi Tahun	Amaun Kasar	Caruman Kumpulan Wang
E1			. 00	. 00
E2			. 00	. 00

BAHAGIAN F: PELEPASAN

		Had	Amaun
F1	Individu dan saudara tanggungan		9,000 . 00
F2	Perbelanjaan rawatan perubatan, keperluan khas dan penjaga untuk ibu bapa *(keadaan kesihatan disahkan oleh pengamal perubatan)*	*Terhad 5,000*	. 00
F3	Peralatan sokongan asas untuk kegunaan sendiri, suami / isteri, anak atau ibu bapa yang kurang upaya	*Terhad 6,000*	. 00
F4	Individu yang kurang upaya	*6,000*	. 00
F5	Yuran pendidikan (sendiri) : (i) peringkat selain Sarjana dan Doktor Falsafah – bidang undang-undang, perakaunan, kewangan Islam, teknikal, vokasional, industri, saintifik atau teknologi (ii) peringkat Sarjana dan Doktor Falsafah – sebarang bidang atau kursus pengajian	*Terhad 5,000*	. 00
F6	**Perbelanjaan perubatan bagi penyakit yang sukar diubati atas diri sendiri, suami / isteri atau anak**	*Terhad 6,000*	. 00
F7	**Pemeriksaan perubatan penuh atas diri sendiri, suami / isteri atau anak (terhad 500)**		. 00
F8	Pembelian buku/majalah/jurnal/penerbitan (selain surat khabar atau bahan bacaan terlarang) untuk diri sendiri, suami / isteri atau anak	*Terhad 1,000*	. 00
F9	Pembelian komputer peribadi untuk individu (potongan dibenarkan sekali dalam setiap 3 tahun)	*Terhad 3,000*	. 00
F10	Tabungan bersih dalam Skim Simpanan Pendidikan Nasional (jumlah simpanan dalam tahun 2015 tolak jumlah pengeluaran dalam tahun 2015)	*Terhad 6,000*	. 00
F11	Pembelian peralatan sukan untuk aktiviti sukan mengikut Akta Pembangunan Sukan 1997	*Terhad 300*	. 00
F12	Faedah pinjaman perumahan (mesti memenuhi syarat-syarat kelayakan) *Perjanjian jual beli ditandatangani dalam tempoh 10/03/09 – 31/12/10*	*Terhad 10,000*	. 00
F13	Suami / Isteri / Bayaran alimoni kepada bekas isteri	*Terhad 3,000*	. 00
F14	Suami / Isteri yang kurang upaya	*3,500*	. 00

F15 Anak	Bilangan	Kelayakan 100%		Bilangan	Kelayakan 50%			
F15a Anak – Di bawah umur 18 tahun		X 1,000 =			X 500 =		F15a	. 00
F15b Anak – 18 tahun dan ke atas yang masih belajar		X 1,000 =			X 500 =			
		X 6,000 =			X 3,000 =		F15b	. 00
F15c Anak – Kurang upaya		**X 6,000 =**			**X 3,000 =**			
		X 12,000 =			**X 6,000 =**		F15c	. 00

		Had	Amaun
F16	Insurans nyawa dan KWSP	*Terhad 6,000*	. 00
F17	Skim Persaraan Swasta dan Anuiti tertunda *('Deferred annuity')*	*Terhad 3,000*	. 00
F18	Insurans pendidikan dan perubatan	*Terhad 3,000*	. 00
F19	Jumlah Pelepasan (F1 hingga F18) *(Pindahkan amaun ini ke B9)*		. 00

BAHAGIAN G: MAKLUMAT FIRMA DAN TANDATANGAN ORANG YANG MENYEDIAKAN BORANG NYATA INI

G1 Nama Firma		G2 No. Telefon	
		G4 Tandatangan	
G3 No. Kelulusan Ejen Cukai			

PERINGATAN PENTING

1) Semua ruangan yang berkaitan perlu diisi dengan HURUF BESAR dan menggunakan pen mata bulat berdakwat hitam.
2) Tarikh akhir pengemukaan borang dan bayaran baki cukai kena dibayar : 30 April 2016
3) Penalti di bawah subseksyen 112(3) Akta Cukai Pendapatan (ACP) 1967 akan dikenakan sekiranya gagal mengemukakan Borang Nyata sebelum atau pada tarikh akhir pengemukaan.
4) Kenaikan cukai 10% di bawah subseksyen 103(3) ACP 1967 akan dikenakan sekiranya gagal membayar cukai atau baki cukai kena dibayar pada atau sebelum 30 April 2016. Jika cukai atau baki cukai masih tidak dibayar dalam tempoh 60 hari dari tarikh kenaikan cukai di atas, kenaikan cukai 5% di bawah subseksyen 103(4) ACP 1967 akan dikenakan ke atas cukai atau baki cukaitersebut.
5) CARA PEMBAYARAN
   a) Pembayaran boleh dibuat di:
      i) Bank - Maklumat pembayaran melalui bank boleh diperoleh di Portal Rasmi LHDNM, *http://www.hasil.gov.my*
      ii) LHDNM - ByrHASiL melalui FPX *(Financial Process Exchange)* di Portal Rasmi LHDNM, *http://www.hasil.gov.my*
      - **ByrHASiL** melalui Kad Kredit Visa, Mastercard & American Express di *https://byrhasil.hasil.gov.my/creditcard*
      - Kaunter bayaran LHDNM di Semenanjung Malaysia (Pusat Bayaran Kuala Lumpur), Sabah dan WP Labuan (LHDNM Cawangan Kota Kinabalu) dan Sarawak (LHDNM Cawangan Kuching) atau melalui pos:
        Cek, kiriman wang dan draf bank hendaklah dipalang dan dibayar kepada **Ketua Pengarah Hasil Dalam Negeri**. Gunakan Slip Pengiriman Bayaran (CP501) yang boleh diperoleh di Portal Rasmi LHDNM, *http://www.hasil.gov.my* apabila membuat bayaran. Bayaran melalui pos hendaklah dihantar secara berasingan daripada borang. Bayaran secara TUNAI tidak boleh dibuat melalui pos.
      iii) Pos Malaysia Berhad - kaunter dan Pos *Online*
   b) Sila catatkan **nama, alamat, nombor telefon, nombor cukai pendapatan, tahun taksiran, kod bayaran "084"** dan **no. ansuran "99"** di belakang instrumen bayaran.
   c) Semak resit/slip bayaran bank sebelum meninggalkan kaunter bayaran.
6) Mengikut seksyen 89 ACP 1967, pertukaran alamat hendaklah dimaklumkan kepada LHDNM dalam tempoh 3 bulan dari tarikh pertukaran alamat. Makluman boleh dibuat melalui e-kemaskini atau dengan menggunakan Borang CP600B (Borang Pemberitahuan Pertukaran Alamat) yang boleh diperoleh di Portal Rasmi LHDNM, *http://www.hasil.gov.my*
7) Penggunaan e-Filing (e-BE) adalah digalakkan. Sila layari https://e.hasil.gov.my
8) Untuk maklumat lanjut, sila hubungi :- Talian Bebas Tol : 1-800-88-5436 (LHDN) Panggilan Luar Negara : 603-77136666

Ringkasan Rumus Tajuk 5

1. Nilai Kini Bersih/*Net Present Value*

$$NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

2. Kadar Pulangan Dalaman/*Internal Rate of Return*

$$IRR = r_1 + \frac{NPV_1}{(NPV_1 - NPV_2)} \times (r_2 - r_1)$$

3. Kadar Inflasi/*Rate of Inflation*

$$KI_{x+1} = \frac{CPI_{x+1} - CPI_x}{CPI_x}$$

4. Kadar Inflasi Tahunan

$$Kadar\ Inflasi\ Tahunan = (1 + kadar\ bulanan)^{12} - 1$$

5. Kadar Pulangan Sebenar/*Real Rate of Return*

$$\text{Kadar pulangan sebenar} = \frac{1 + \text{kadar nominal}}{1 + \text{kadar inflasi}} - 1$$

6. Harga Belian Bon/*Purchase Price of Bonds*

$$V = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + C(1+i)^{-n}$$

Rumusan Rumus

Rumus MTES3043 Matematik Kewangan
Formulae for MTES3043 Financial Mathematics

Janjang Aritmetik/Arithmetic Progression

$$T_n = a + (n-1)d$$
$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

Janjang Geometri/Geometric Progression

$$T_n = ar^{n-1}$$
$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \quad r > 1$$
$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, \quad r < 1$$
$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}, \quad |r| < 1$$

Faedah Mudah/Simple Interest

$$S = P(1 + rt)$$

Diskaun Mudah/Simple Discount

$$P = A(1 - dt)$$

Faedah Kompaun/Compound Interest

$$S = P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mt} = P(1+i)^n$$

$$FV = PV(1+i)^n$$

Nilai Kini/Present Value

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}$$

Kompaun Berterusan/Continuous Compounding

$$S = Pe^{rt}$$

Diskaun Kompaun/Compound Discount

$$P = A\left(1 - \frac{d}{m}\right)^{mt}$$

Kadar Faedah Efektif/Effective Interest Rate

$$EIR = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

Anuiti Serta-Merta/Immediate Annuity

$$FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$PV = R\left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Anuiti Matang/Annuity Due

$$FV = R\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right]$$

$$PV = R\left[\frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1\right]$$

Anuiti Tertunda/Deferred Annuity

$$FV = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$PV = \frac{R}{i}\left[(1+i)^{-m} - (1+i)^{-(m+n)}\right]$$

Anuiti dengan Kompaun Berterusan/Annuity with Continuous Compounding

$$FV = R\left[\frac{e^{rt}-1}{e^{r}-1}\right]$$

$$PV = R\left[\frac{1-e^{-rt}}{e^{r}-1}\right]$$

Pelunasan Pinjaman/Amortisation of Loan

$$R = \frac{Pi}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$S = P(1+i)^{n} - R\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

Dana Terikat/Sinking Funds

$$R = \frac{iS}{(1+i)^{n}-1}$$

Nilai Kini Bersih/Net Present Value

$$NPV = \sum_{t=0}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^{t}}$$

Kadar Pulangan Dalaman/Internal Rate of Return

$$IRR = r_1 + \frac{NPV_1}{(NPV_1 - NPV_2)} \times (r_2 - r_1)$$

Harga Belian Bon/Purchase Price of Bonds

$$V = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + C(1+i)^{-n}$$

Kadar Inflasi/Rate of Inflation

$$Kadar\ inflasi = \frac{CPI_{x+1} - CPI_{x}}{CPI_{x}}$$

Kadar Pulangan Sebenar/Real Rate of Return

$$Kadar\ pulangan\ sebenar = \frac{1 + kadar\ nominal}{1 + kadar\ inflasi} - 1$$

Senarai Bibliografi

Buku Panduan BE 2015, Lembaga Hasil Dalam Negeri (LHDN), Malaysia

Abd. Wahid Md Raji, Hamisan Rahmat, Ismail Khamis, Mohd Nor Mohamad & Ong Chee Tiong. (1999). *Matematik Asas, Jilid 1*: Penerbit Universiti Teknologi Malaysia.

Das, N.G. & Das, J.K. (2012). *Business Mathematics and Statistics*. New Delhi:Tata McGraw Hill Education Private Limited.

Faudziah Zainal Abidin, Nasruddin Zainudin, Faizah Ismail, Nurwati Ashikin Ahmad Zaluki (2004). *Prinsip Pengurusan Kewangan*: Kuala Lumpur:Prentice Hall

Faudziah Zainal Abidin, Nasruddin Zainudin, Nur Adiana Hiau Abdullah & Angappan Regupathi. (2006). *Kewangan: Konsep dan Aplikasi Nilai Masa Wang*. Sintok: Penerbit Universiti Utara Malaysia.

Garrett, S. (2013). *An Introduction to the Mathematics of Finance: A Deterministic Approach*. Oxford: Butterworth-Heinemann

Jothi, A.L.(2009) *Financial Mathematics*. Mumbai, IND: Himalaya Publishing House. Retrieve from http://www.ebrary.com.

Lau, T.K., Phang, Y.N. & Wee, K.K. (2015). Business *Mathematics for UiTM Fifth Edition.* Selangor: Oxford Fajar.

Loo Too Kya, Phang Yook Ngor & Wee Kok Kiang. (2015) *Business Mathematics for UITM 5th Edition*: Oxford Fajar Sdn. Bhd

Tey Kim Soon, Goh Choon Booy & Tan Ah Geok.(1995) *Matematik STPM(Tulen) Sukatan S & T*: Penerbitan Pelangi Sdn. Bhd.

Wee, K.K. (1995). *Matematik Kewangan*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.

Istilah

Bahasa Malaysia	***Bahasa Inggeris***
Aliran tunai keluar	*Cash outflow*
Aliran tunai masuk	*Cash inflow*
Ansuran	*Installment*
Anuiti	*Annuity*
Anuiti biasa	*Ordinary annuity*
Anuiti matang	*Matured annuity*
Anuiti serta merta	*Immediate annuity*
Anuiti tertunda	*Deferred annuity*
Bayaran berkala	*Periodic payment*
Dana terikat	*Sinking fund*
Eksponen	*Exponent*
Endowmen tulen	*Pure endowment*
Faedah	*Interest*
Harga penebusan bon	*Bond redemption price*
Indeks harga pengguna (ihp)	*Consumer Price Index (CPI)*
Insuran berjangka/bertempoh	*Term insurance*
Insuran gadai janji baki berkurangan	*Mortgage reducing term assurance*
Insuran hayat konvensional	*Conventional life insurance*
Insuran pelaburan	*Investment insurance*
Insuran perubatan dan kesihatan	*Medical and Health Insurance*
Insuran sepanjang hidup	*Whole life insurance*
Jadual pelunasan	*Amortisation schedule*
Janjang aritmetik	*Arithmetic progression*
Janjang geometri	*Geometric progression*
Kadar faedah	*Interest rate*
Kadar faedah nominal	*Nominal interest rate*
Kadar pulangan	*Yield rate*
Kadar pulangan dalaman	*Internal Rate Of Return (IRR)*
Kadar pulangan sebenar	*Real rate of return or real rate of interest*
Logaritma	*Logarithm*
Nilai depan	*Future value*
Nilai kini	*Present value*
Nilai kini bersih	*Net Present Value (NPV)*

Nilai muka	*Face value*
Nilai skrap	*Scrap value*
Nilai tara	*Par value*
Obligasi kewangan	*Financial obligation*
Pelaburan	*Investment*
Pelunasan pinjaman	*Amortisation of loan*
Polisi	*Policy*
Premium	*Premium*
Prinsipal tertunggak	*Outstanding principal*

Panel Penyedia

Penaung

Dr. Sariah binti Abd Jalil	- Rektor IPGM, KPM

Penyelaras

Dr. Jami’ah binti Mohamed	- IPGM, KPM

Fasilitator

En. Muhammad bin Ibrahim	- IPGM, KPM
Pn. Nik Noralhuda binti Nik Mohamed	- IPGM, KPM
Pn. Rugayyah binti Harun	- Bank Negara Malaysia
Cik Sunita binti Sulaiman	- Bank Negara Malaysia

Penulis

Dr. Jong Cherng Meei	- IPG Kampus Tuanku Bainun
Dr. Nurul Hidayah Lucy binti Abdullah	- IPG Kampus Perlis
Dr. Teong Mee Mee	- IPG Kampus Pulau Pinang
En. Azman bin Ismail	- IPG Kampus Pendidikan Islam
En. Mohd Zamri bin Abdullah	- IPG Kampus Kota Bharu
Pn. Siti Khadzimah binti Sallip	- IPG Kampus Pendidikan Teknik

Pemantapan

Pn. Liew Phaik Hoon	- IPG Kampus Ipoh

Reka Bentuk dan Susun Atur

Dr. Ma Hamsiatus Sa’diah bt. Kamaruddin	- IPG Kampus Pendidikan Teknik

Institut Pendidikan Guru Malaysia
Kementerian Pendidikan Malaysia